中国科学院

2006年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试题

高等数学（甲） 答案

一.解：1^{∞} 型，则有 $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x+1}{x-1})^{x}=e^{2}$。

方法总结：若 $\lim u=1,\lim v=\infty$，则有 $\lim u^{v}=e^{\lim(u-1)v}$；对于 $u\to 0,\ln(1+u)\sim u$，则 $u\to 1$，

$\ln u\sim u-1$，从而有 $\lim u^{v}=e^{\lim(u-1)v}$

二.解：可导，有两层含义，(1)必须在可导处连续；(2)在可导处的导函数连续。从而可得 $a=1$，$b=0$

三.解：等式两边取对数，然后求导可得：$y'=[\frac{1}{x-1}+\frac{1}{3}(\frac{2}{2x-1}+\frac{1}{x\ln x}-\frac{2x}{1+x^{2}})]y$，将 y 代入即可。

四.解：对方程两侧对 x 求偏导可得：$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial q(u)}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}+p(x)$。对 y 求偏导可得：$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial q(u)}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}-p(y)$，于是

可得 $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{p(x)}{1-\frac{\partial q(u)}{\partial u}}$，$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{p(y)}{\frac{\partial q(u)}{\partial u}-1}$，于是 $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial f(u)}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}=f_{u}'\frac{p(x)}{1-q_{u}'}$，$\frac{\partial z}{\partial y}=f_{u}'\frac{p(y)}{q_{u}'-1}$ 故有：$p(y)\frac{\partial z}{\partial x}+$

$p(x)\frac{\partial z}{\partial y}=p(x)p(y)f_{u}'\frac{1}{1-q_{u}'}+p(x)p(y)f_{u}'\frac{1}{q_{u}'-1}=0$