

中国科学院研究院
2011年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试题
高等数学（甲） 答案

一.(1)D.(2)B.(3)C(4)D(5)C(6)B(7)C(8).A

部分题目解析(1)D.利用等价无穷小替换 $t \rightarrow 0, e - (1+t)^{\frac{1}{2}} \sim \frac{1}{2}te$;

(2)B.导数连续 \Leftrightarrow 可导;

(3)C.由极限保号性可知: $f(x) > f(a)$, 并且可得 $f'(a) = 0$;

(6)B.题目中没有说 y_1, y_2 是否线性相关。

二. 证明: $\int_0^{2\pi} f(x) \sin nx dx = -\frac{1}{n} f(x) \cos nx \Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} f'(x) \cos nx dx$. 则

$$\left| \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx dx \right| \leq \left| -\frac{1}{n} f(x) \cos nx \Big|_0^{2\pi} \right| + \left| \int_0^{2\pi} f'(x) \cos nx dx \right| \leq \frac{2}{n} |f(2\pi) - f(0)|$$

又 $f'(x) \geq 0$, 从而 $f(2\pi) - f(0) \geq 0$ 即得证