

NOTES

第一章 原子模型和旧量子论.

§1.1 物质的原子性 (量子性)

§1.1.1 物质是由原子组成的.

中国古代 { 周朝: "五行说": 金木水火土 相生相克
伏羲 "八卦".

古希腊 { 水、火、空气、泥土
450 B.C. 古希腊的自然哲学家, 特别是德谟克利特
提出: 古老的 "原子论". 宇宙是由无限广延的虚空
和极其微小, 坚硬、不能穿透, 并且不可再分割的颗粒
"原子" 组成的. "原子" 在虚空中不断地运动. 由 "原子"
组成的不同物质, 各种物质的区别只在于 "原子"
的数目、形状、大小和位置以及排列方式的不同.

希腊文中 原子 (Atomos) 一词, 意思是 "不可分割".

"原子论" 成为科学的命题, 是二十多年之后的事. 随着科学技术的发展, "原子论" 被在两个领域内重提:

① 物理 气体分子运动论.

1662 波义耳 (Robert Boyle) 的 PV 定律

1787 查理 (J.A.C. Charles) V-T 和 P-T 定律

1802 盖-吕萨克 (J.L. Gay-Lussac) V-T 定律

19世纪 由 (独立发现)

在气体实验定律的基础上, 麦克斯韦 (J.C. Maxwell, 1831-1879) 和玻尔兹曼 (L. Boltzmann, 1844-1906) 等人, 发展了气体分子运动论.

NOTES

1. 气体是由大量被称为“分子”的小粒子组成的，互相之间和与容器壁之间发生弹性碰撞。
2. 同一种物质的“分子”都是相同的，大小与其之间的距离相比可以忽略。
3. 气体的温度正比于分子的平均动能。

② 化学：原子假说

19世纪初期

实验基础则是对化学反应的研究，得到了化学恒成定律。
普鲁斯特的定比定律：化学元素化合或分解时，
(Proust) 各元素之间的质量比例总是相同的。

道尔顿 (Dalton) 的定比定律

两种元素化合成不同的化合物时，固定质量中其中一种元素，另一种元素的质量总是成简单的整数比。

1808年，道尔顿提出了“原子假说”。

1. 物质是由大量微小的原子组成的。
2. 同种物质的原子其质量、形状和性质均相同。
3. 元素由“简单原子”组成，化合物由“复杂原子”组成。
4. “复杂原子”由为数不多的“简单原子”组成。

1825年，Gay-Lussac 又发现了气体反应体积比定律。
气体化合时，体积成简单的比例关系。

NOTES

1811年，阿伏伽德罗引入分子的概念，首次明确地区分原子和分子，从而发展成为“原子分子论”。

- 1. 原子是元素的最小颗粒
- 2. 分子是由原子结合在一起形成的化合物的最小颗粒，是保持物质化学性质的最小单元

结合原子论，Avogadro 提出了 Avogadro 定律

和

相同温度压强下，同体积的任何气体含有相同的分子数。

→ ~~阿伏伽德罗~~ Gay-Lussac 定律

1.1.2 原子的质量与大小

(1) 元素的质量：各种元素的质量不同，由于原子很小，我们不便用宏观的质量单位去度量。在化学上通常用相对原子质量来度量。例如，根据 Dalton 的建议，以 ^{12}C 的质量为1，则其它元素原子的质量（原子量）可以通过化学反应该种确定下来。

1961 确定，~~原子量~~ 自然界中最丰富的同位素定为12，用 ^{12}C 。

H: 1.008 O: 15.999

↓

分子量

NOTES

(2) Avogadro 常数：若某种物质与原子量(分子量)为 A ，
则质量为 A 克的这种物质称为 1 mol。1 mol 该
物质含有 N_A 个(分子)故是一个普遍的常数，称为 Avogadro 常数

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

(3) 原子的质量： $M = \frac{A \text{ 克}}{N_A}$

→ H 原子为例：

$$M_H = \frac{1 \text{ 克}}{6.02 \times 10^{23}} = 1.67367 \times 10^{-24} \text{ g}$$

$$= 1.67367 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

(4) 原子的密度 N ：

$$N = \frac{\rho N_A}{A}$$

→ Cu 为例

$$N = \frac{8.94 \times 10^3 \times 6.02 \times 10^{23}}{63.5 \times 10^{-3}}$$

$$\approx 8.48 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

(5) 原子的大小： $V_A \sim \frac{4}{3} \pi R^3$

$$V_A = \frac{A}{\rho N_A}$$

$$(N_A V_A = \frac{A}{\rho})$$

$$R \sim \sqrt[3]{\frac{3A}{4\pi \rho N_A}}$$

NOTES

元素	原子序数 Z	原子密度 $\rho / (\text{g/cm}^3)$	半径 r / nm
Li	7	0.7	0.16
Al	27	2.7	0.16
Cu	63	8.9	0.14
S	32	2.07	0.18
Pb	207	11.34	0.19

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

$$1 \text{ \AA} (\text{埃}) = 0.1 \text{ nm}$$

~~总结问题~~：不同原子的半径大小差异不大

§ 1.1.3 原子性的实验验证：

① 布朗运动：Robert Brown 1828年，观察悬浮在水中的花粉微粒的无规则运动。他用多种物质，经过多次细致的实验，他断定这种运动与生命现象无关，称为布朗运动。

这是实验现象

二十世纪初才完全被人理解，这是液体中分子不规则撞击所致。首先提出完整理论的是 Einstein，1905年发表的文章，将分子运动论应用于半径为 a 的大圆球，在粘滞系数为 η 的液体中作布朗运动，将 ~~位移~~ 位移的平均值

$$\overline{x^2} = \frac{RT}{3\pi\eta a N_A} t$$

t 为时间间隔

NOTES 量子物理 10th m

1908年，贝林 (Jean Perrin) 从实验上验证了 Einstein 的
理论，并从实验上给出了 NA

这个系云的工作最终排除了人们对原子论的怀疑

② 到今天人们已经可以直接看到“原子”

§ 1.1.4. 原子是物质结构的一个层次

物质世界是否无限可分?

德谟克利特主张 原子是最小的不可分割的单元

亚里士多德 认为物质是连续的，可以无限地分割下去

《中庸》 “语力，天下莫能破焉”

公孙龙 “一尺之捶，日取其半，万世不竭”

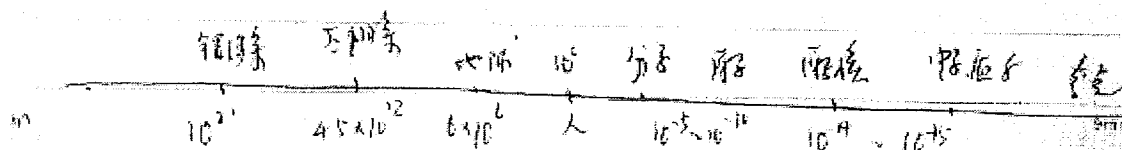
1895, 1896, 1897, X射线, 放射性, 新电器的发现

揭开了近代物理的序幕

原子是物质结构的一个层次

原子物理学，则是回答在这一层次，物质的组成，运动规律

相互作用和能量



NOTES

§1.2 电子

§1.2.1 电子的发现

电子的发现可以看作是我们对了解原子结构的开端

19世纪70年代，人们对阴极放电现象的进一步研究中发现了“阴极射线”

当一个抽真空后的玻璃管两端加上较高的电压后，由于仍然存在稀薄空气，所以仍会发出辉光放电，同时从阴极会发出一种射线，称为“阴极射线”

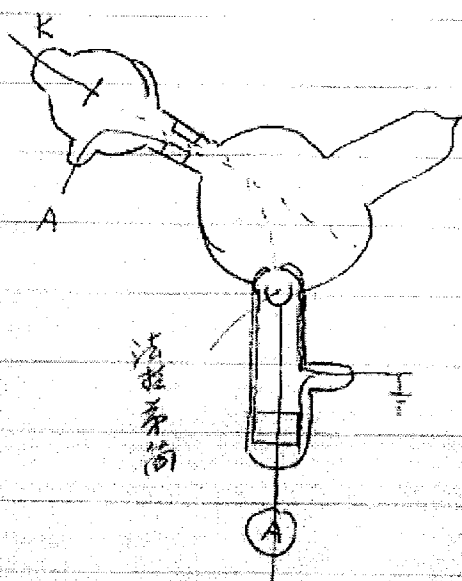
争议：
① 多数德国科学家认为是以光的一种特殊形式，即电磁波
② 带负电的物质粒子，多数人认为是带负电的离子。

1895年，贝林把这种“阴极射线”收集到一块静电计上，并测定它的带负电荷。

① 汤姆逊使用旋转狭缝测量阴极射线在低气压中的传播速率得到的值为 1.9×10^8 米/秒，远小于光速，因此，他认为将阴极射线视为电磁波是不对的。

② 证明阴极射线确实带负电

NOTES



用磁铁使射线偏转，当磁场的强度达到新值时，射线偏转而射入到接收器内（法拉第筒），静电计的电荷量就增加。说明法拉第筒接收的电荷来自阴极射线。从磁场的方向和电流计上电流的正负，可以判断带负电。

由上述两个实验可以断定：

阴极射线是从阴极射出的带负电荷的实物粒子流。

问题：这是什么粒子？电子还是光子？

回答问题的办法：测量粒子的性质，如电荷量、质量，或电荷量与质量的比值即荷/质比。

NOTES

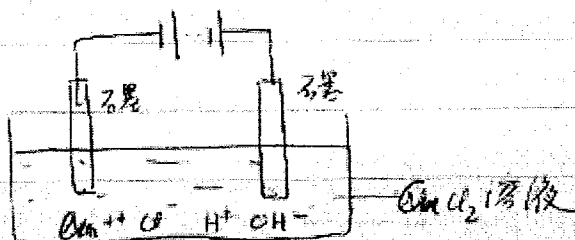
电化学

当时，人们对带电粒子的了解基本上来自电解实验。

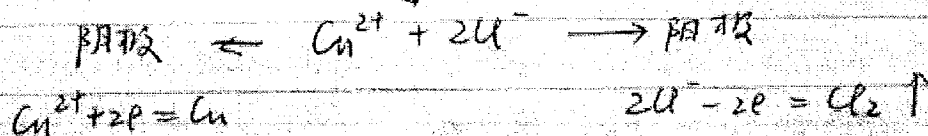
(电荷的量子性)

法拉第电解定律

实验：



CuCl_2



表述：

电解 1 克当量的任何物质，所需的电量相同，约为 ~~96485 库伦~~，96484.6 库伦，这个电量叫做 1 “法拉第”。

设电极上析出的物质质量为 M ，通过的电量为 q ，则

$$M = \frac{q}{F} \cdot A' = \frac{q}{F} \cdot \frac{A}{v}$$

其中 A' 为该物质的克当量， A 为克分子量， v 为化合价。

F 为法拉第常数， $F = 96484.6 \text{ 库伦/摩尔}$

令 $v=1$ ，即单价离子，从法拉第电解定律可知

析出 1 mol 单价离子所需的电量为 96484.6 库伦。

换句话说，1 mol 单价离子所带的电量为 96484.6 库伦。

NOTES

~~再~~ 而以实验测定可知， 1mol 任何物质，粒子数目都是 N_A (Avogadro 常数)。

所以有理由相信，每个单位离子携带的电量均相等，设为 e 。

则有：
$$P = F/N_A$$

而单位离子所携带的电量为 e 的整数倍 (2倍)

1874年，斯托尼 (G.J. Stoney) 利用电解分子运动论对 N_A 的估计值，推算出 e 约为 10^{-20} 库。

并且指出应将电解中一个单位离子所带的电量作为一个“基本电荷”。

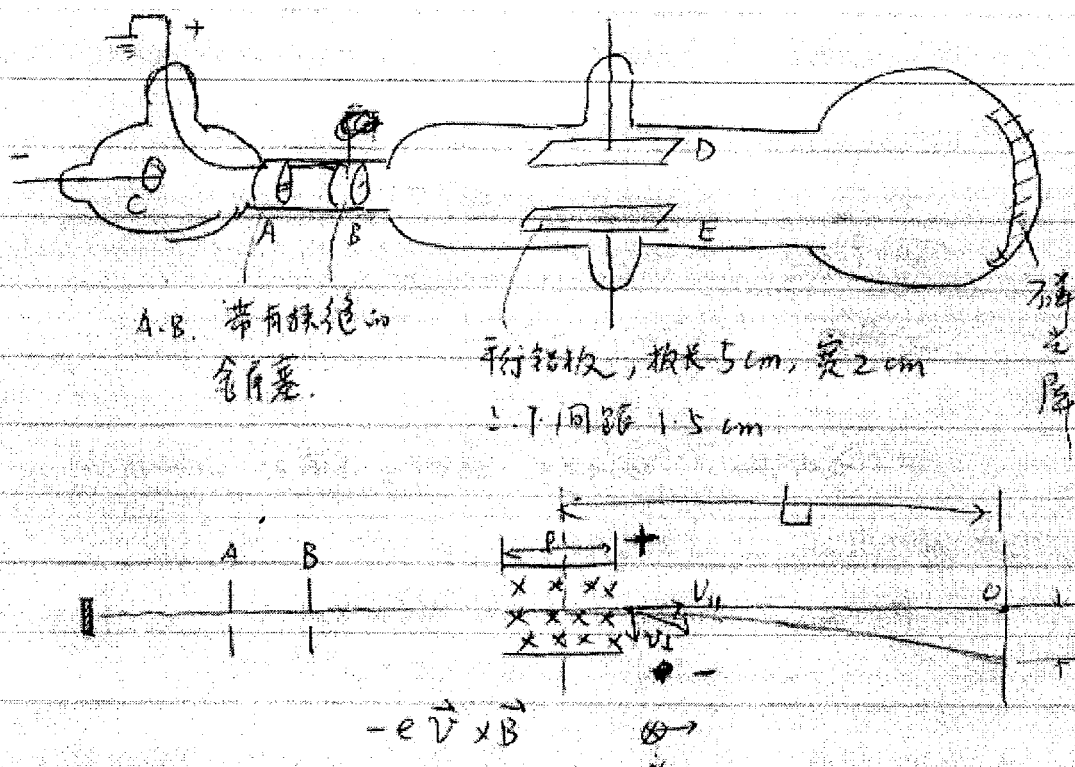
1880年，Helmholtz 指出， e 是一个不可分割的电荷单元。

1891年，Stoney 引入 “electron” 一词称谓“基本电荷”。

现在 electron 已专指“电子”这一基本粒子。

NOTES

J.J. Thomson 测量阴极射线荷质比 (e/m) 的实验



当电场和磁场均为零时，射线打在标尺的零点。

如果在平行板区域加上一个方向垂直于纸面向外的磁场，则发现细束向下偏转，偏转量为 h 。

加上电场，细束往回偏。调节电场和磁场的方向，使它们对细束产生的偏转抵消，细束回到零点。

$$\begin{aligned} F_{\text{电}} &= eE \\ F_{\text{磁}} &= e v B \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{E}{B} = v_{||}$$

$$V_1 = at = \frac{eE}{m} \frac{l}{v_{||}}$$

$$\therefore \frac{h}{L} = \frac{V_1}{v_{||}} = \frac{e}{m} \frac{El}{v_{||}^2}$$

NOTES

$$\frac{e}{m} = \frac{h}{L} \frac{V_{11}^2}{El} = \frac{h}{L} \frac{E^2}{B^2 El} = \frac{Eh}{LlB^2}$$

1897年，J.J. Thomson 根据这一公式，首次测定了阴极射线粒子的荷质比，当时的测量值为：

$$\frac{e}{m} = 7.6 \times 10^{10} \text{ 库伦/千克}$$

现在的公认值为： $\frac{e}{m} = 1.759 \times 10^{11} \text{ 库伦/千克}$

从电解实验，可以得出，当时已知最轻的正离子——H⁺离子的荷质比：

$$\frac{e}{M_H} = 9.57 \times 10^7 \text{ 库伦/千克}$$

阴极射线粒子的荷质比是H⁺离子的荷质比的约1000倍！！



两种可能性

① 阴极射线是带有千倍基本电荷的负离子。

② 阴极射线是一种全新的粒子。

如果带电荷量为“基本电荷”，则质量则是H⁺离子的约1/1000

NOTES

如何断正?? (P. Lenard)

① 1893 勒纳德 的实验， 勒纳德将一小块厚为
 J.J. Thomson 注意到 2.65×10^{-6} 米的铝箔放在阴极射线管
 正对阴极处 挖一个窗口，发现阴极射线可
 以穿过窗口射到管外的空气中，并且穿过空气使几
 厘米外的荧光屏发出荧光。

J.J. Thomson 假设：阴极射线是一种全新的粒子，所带的
 电荷与 H 原子的电荷量相等而符号相反，而阴极射线
 的质量是 H 原子的约千分之一。 这就是“电子”

现在人们知道： $m_e = 9.109\ 3897\ (54) \times 10^{-31}\ \text{kg}$
 $= 0.510\ 999\ 06\ (15)\ \text{MeV}/c^2$

书上写错了，少3

而 H 原子 (即质子) 的质量：

$$m_p = 1.672\ 623\ (10) \times 10^{-27}\ \text{kg}$$

$$m_e/m_p = 1/1836.152\ 701\ (37)$$

② 更直接证据，则是测量阴极射线粒子的电荷或质量。

28岁当选皇家学会会员，同年未继瑞利之后担任
 卡文迪许实验室教授

2008.2.1

NOTES

§1.2.2 电子的电荷量 (基本电荷量的测量) 巨大量离子电荷的
洛伦兹电导定律 推导出的“基本电荷量” e 是平均值

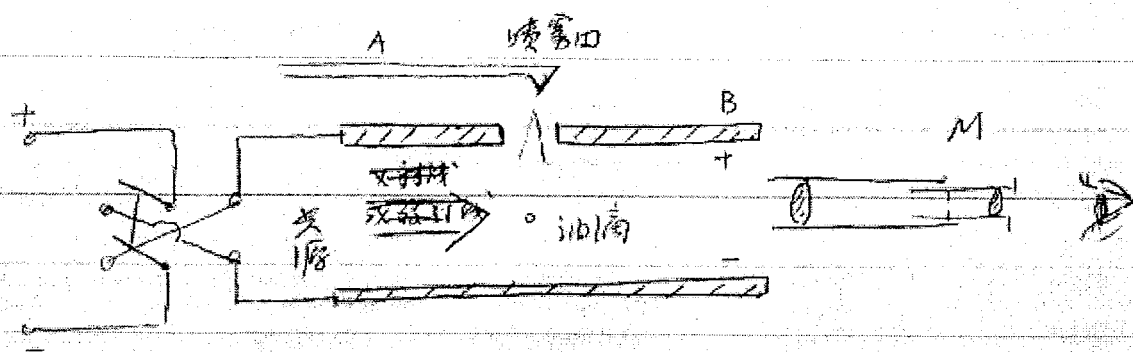
J.S.

汤姆逊的学生 Townsend 汤森德 和威尔逊 (H.A. Wilson) 利用 Wilson 云雾室, ~~带电~~ 带电的铝离子 通过过饱和蒸汽时形成的 ~~雾滴~~ 云雾, 测量了云雾中液滴的数目 (假设每个离子形成一个液滴), 和总电荷量, 由此确定基本电荷量 e 的数值. 但这仍然是大量离子的平均值.

1911年, 密立根 (R.A. Millikan) 用油滴实验直接测量了单个离子的电荷.

实验装置图: (略)

NOTES



油滴在喷雾的过程中，形成几 μm 的油滴。

油滴在形成的过程中由于摩擦而带电。

或者用 X 射线或放射线使空气电离，油滴从电离的空气中捕获电荷。

一部分油滴穿过 B 上的小孔，进入平行板电容器中。

用光源照亮油滴，再望远镜中可以看到黑暗背景中明亮的油滴。

现在跟踪一颗油滴，电容器上不加电压，则油滴在重力和空气的浮力和阻力的作用下下落，空气阻力随下落速度的增加而增加，满足斯托克斯定律。

$$F_{\text{阻}} = 6\pi\eta r v_g$$

其中 η 为空气的粘滞系数， r 为油滴的半径， v_g 是下落速度。

当重力、浮力和阻力平衡时，油滴的收尾速度，满足：

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho_0) g = 6\pi\eta r v_g$$

其中 ρ 、 ρ_0 分别为油滴和空气的密度

作业：1.4 ← Millikan 油滴实验

NOTES

测得收尾速度 V_g ，则可以得到油滴的半径

$$r = \sqrt{\frac{9\eta V_g}{2(\rho - \rho_0)g}}$$

设电容器二极板之间的距离为 l ，^{设油滴带负电荷 e_k} 现若在电容器上加正向电压 V ，油滴就会在电场力的作用下改变运动状态，最终达到平衡时，匀速向上运动，平衡条件为：

$$F_{\text{浮}} + F_{\text{电}} = F_{\text{阻}} + F_{\text{重}}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g + \frac{V}{l} e_k = 6\pi \eta r V_g + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$$

测出 V_e ，则可以算出 e_k

$$e_k = \frac{l}{V} \left[6\pi \eta r V_e + \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho_0) g \right]$$

$$= \frac{6\pi \eta r l}{V} (V_e + V_g)$$

= 常数 (最初)

通过对上千个油滴的测量，发现油滴带的电荷量 (无论正负)，均为基本电荷 e 的整数倍，测得的

$$e = 1.591 \times 10^{-19} \text{ C}$$

1929 发现^约有 1% 来自 η 的误差 (当时 η 的测量值不准)

考虑这一误差后 (系统误差)

$$e = 1.601 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Stokes 定律只适用于连续介质，而油滴很小，其表面^{与空气分子的平均自由程相比拟}，^{阻力必将下降}

NOTES

现代值为：

$$e = 1.60217733(49) \times 10^{-19} \text{ C}$$

意义：① ^{直接} 测量基本电荷 e 。
② 直接证明了电荷 ~~也是~~ 也是量子化的，总是基本电荷 e 的整数倍。

※ 当代物理学对物质结构的层次不断深入，现在人们又开始寻找分胶电荷。

~~电子~~

电子：电荷量、质量、大小 (10^{-18} m 范围外，电子仍然可以看作

经典半径： $m_e c^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e}$ 是点粒子) $\Rightarrow r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2}$

$$= 1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm} \cdot \frac{1}{0.511 \times 10^6 \text{ eV}}$$

$$\approx 2.818 \times 10^{-15} \text{ m}$$

§1.2.3 汤姆逊原子模型

电子是原子的一个组成部分，电子带负电，原子是电中性的，那么原子中一定有带正电的部分，其电荷大小与电子总电荷的大小相等，并且原子的质量基本上集中在带正电的部分。那么原子中正负电荷是怎样分布的呢？

汤姆逊模型：原子中的正电物质均匀分布在大小 10^{-10} m 的整个原子空间，即电子则处在原子球内的平衡位置上。

电子在原子球内作简谐运动。

Thomson 模型转型的作业：1.5

NOTES

这一模型可以解释原因：

1. 电中性
2. 稳定性
3. 原子的瞬时特性



19世纪中叶，基尔霍夫和亥姆霍兹

发展的光谱分析。

每一种元素都有一套特征光谱

NOTES

§1.3 α 粒子散射实验和卢瑟福原子模型

§1.3.1 α 粒子散射实验

~~Thomson~~ Thomson 模型不能解释 α 粒子的散射特性，但由于汤姆逊的威望，这一模型一直占统治地位，直到 α 粒子散射实验。

~~1896~~ 1896 年，贝克勒尔 (H. Becquerel) 发现了放射性现象。

卢瑟福在爱默斯时着手对放射性进行了后续的研究 (E. Rutherford)。

他证明，铀的射线至少含有两种类型，称之为 α 和 β 。他使用了一个改进的 Thomson 的实验证明： α 粒子的荷质比是 H^+ 离子的一半，电荷是 H^+ 离子的 2 倍。

他由此推测 α 粒子是两次电离的 He 原子 (即 $= 2\text{He}^+$ 离子)。他为此设计了一个判断性的实验，将放射性物质放在抽成真空的小室内，让其自然衰变，然后用质谱分析的方法确定小室中产生了 He 气。为此，他获得了 1908 年的 Nobel 化学奖。

卢瑟福认为这种有能量有质量的粒子可以作为一种精密的探测手段，用以研究其原子。

NOTES

α 散射实验装置图 (略)

结果：1909年，卢瑟福和他的助手盖革 (H. Geiger) 及学生马斯登 (E. Marsden) 用α粒子对铝箔作散射实验时发现，绝大部分的α粒子几乎直接穿过铝箔，几乎不偏转，但仍有的 $1/8000$ 的α粒子的散射角大于 90° 。

这让卢瑟福大吃一惊，他当时的感受用他自己的话讲：“就像一枚15英寸的炮弹打在一块纸上又被反弹回来”，不可理解。

为什么不可理解？按照 Thomson 模型，铝箔原子会怎样？

以一个具体的例子来说明：

设入射的α粒子的能量为 5 MeV ，^是 散射厚度为 $1 \mu\text{m}$ 的铝箔，用 Thomson 模型估计，散射α粒子的偏转角，及角度大于 90° 散射的概率。

解：设原子半径 $R \approx 10^{-10} \text{ m}$ 。

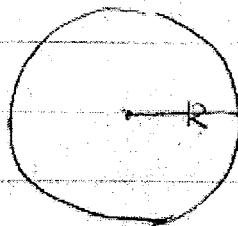
按照 Thomson 模型， $+Ze$ 正电荷均匀分布在整个球内，若忽略原子内电子的影响（这是合理的，因为 $m_e \ll m_\alpha$ ）。

α粒子的^{正电荷的库仑}受力情况如图所示。

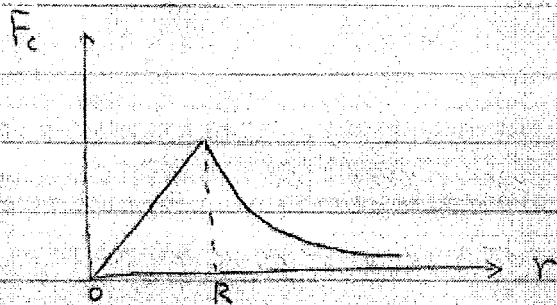
$$F_c = \begin{cases} \frac{2Ze^2 r}{4\pi\epsilon_0 R^3} & r \leq R \\ \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} & r > R \end{cases}$$

NOTES

现在 $r=R$ 处 (原子球表面),
 受力最大, 我们据此估计
 α 粒子和原子单次散射的最
 大偏转角.



(1) α 粒子和原子的单次碰撞
 的最大偏转角

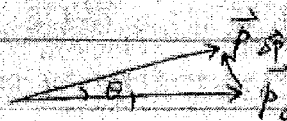


原子球表面 α 粒子受到最大的静电力为

$$F_c = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

根据牛顿定律, α 粒子与原子碰撞后, 动量的改变量为:

$$\Delta p = F_c \Delta t$$



Δt 近似为 α 粒子飞越原子的时间.

$$\Delta t \sim \frac{R}{v} \quad v \text{ 是 } \alpha \text{ 粒子的速度}$$

α 粒子的能量为 5 MeV, 可用非相对论处理, $E = \frac{1}{2}mv^2$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$\therefore \Delta p = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2E/m}} \quad \text{是一个小量.}$$

$$\text{所以 } \Delta p \approx p \theta_1$$

$$\text{则 } \theta_1 \approx \frac{\Delta p}{p} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \sqrt{\frac{m}{2E}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2mE}}$$

$$= \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R E}$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z}{R} \cdot \frac{1}{E} = 1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm} \cdot \frac{78}{10^{-10} \text{ m}} \cdot \frac{1}{5 \times 10^6 \text{ eV}}$$

$$\approx 2.25 \times 10^{-4} \text{ 弧度} \sim 0.013^\circ$$

NOTES

可见，单次碰撞的散射角是非常小的。

(2) 由上面的计算可知，单次碰撞不会产生大角度散射，那么以粒子与许多次碰撞，产生大角度的概率是多少呢？

在粒子穿过铝箔时会和许多原子碰撞，实际是一个多次散射的过程，因此，最后穿过铝箔时的偏射方向是随机的，服从统计规律。多次散射后的偏转角 θ 分布服从高斯分布，于是粒子散射在 $(\theta, \theta + d\theta)$ 之间的概率为：

$$f(\theta) d\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}\right) d\theta$$

$$\sigma^2 = \overline{(\theta_i - \bar{\theta})^2} = \overline{\theta_i^2} \approx N\theta_1^2 \quad \bar{\theta} = 0$$

其中 θ^2 是散射角的均方值。由上面的计算可得单次碰撞的偏转角 θ_1 ，可以估算多次散射后散射角的均方便：

$$\overline{\theta^2} = N\theta_1^2$$

其中 N 是碰撞次数，若设原子排成在铝箔内，由第原子排列

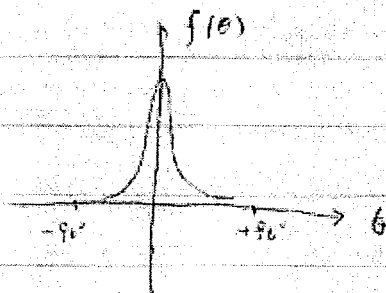
$$N \approx 10^{-6} / 10^{-10} \text{ m} = 10^4$$

$$\overline{\theta^2} = N\theta_1^2 = 10^4 \times 0.01^\circ{}^2 = 10^2$$

$$\sqrt{\overline{\theta^2}} = 10^\circ$$

由此，可以算出 $\theta > 90^\circ$ 的概率。

$$10^{-3500} ?$$



即实际上发生大角度散射是完全不可能的 !!!

NOTES

§1.3.2 卢瑟福原子模型及散射公式

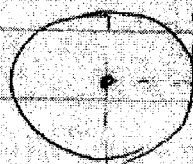
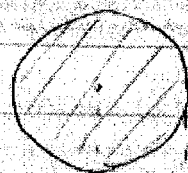
一. 卢瑟福核式模型

Thomson 模型的问题是 α 粒子受库力不能引起足够大的动量改变。一个自然的想法是正电荷集中在一个很小的区域内，从而使 α 粒子受到的库力足够大，而引起较大的动量改变。

对散射实验的结果的分析，1911年

卢瑟福提出了原子的核式模型。

原子中的正电荷集中在原子中心很小的区域内，并且原子的几乎全部质量也集中在这一区域，电子则分布在这一区域外面。这个正电荷部分称为原子核。

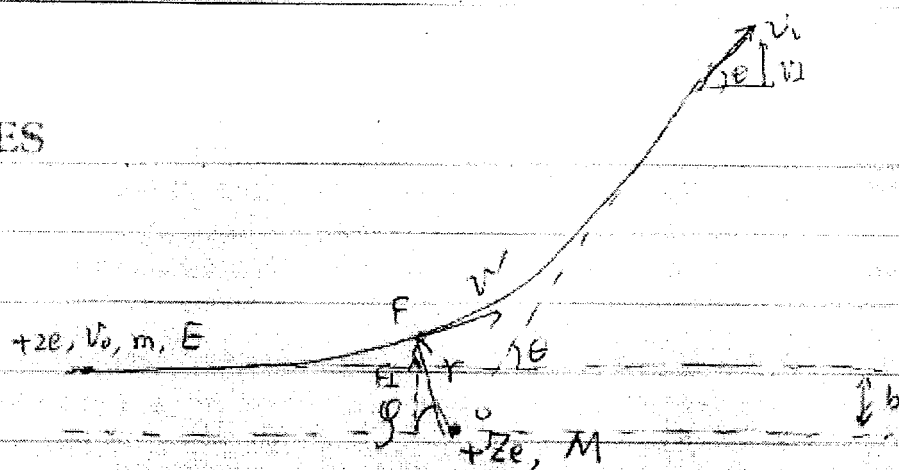


二. 散射公式

我们同时考虑 α 粒子与原子核的碰撞

- 假设：
1. 忽略核外电子的作用，($m_e \ll m_\alpha$)
 2. 只有库仑相互作用，(万有引力作用？磁相互作用？)
 3. 靶核静止 ($M \gg m_\alpha$ ，即 $v_M \ll v_\alpha$)

NOTES



设靶原子核的质量为 M ，具有正电荷 $+Ze$ 。质子的质量为 m ，电荷为 e ，带有 $2e$ 正电荷的 α 粒子以速度 v_0 射向靶原子核。

α 粒子与核相互作用为库仑力，其方向为斥力。

α 粒子从无穷远处向靶原子核入射，设 α 粒子入射时的速度与核之间的垂直距离为 b ， b 称为瞄准距离或碰撞参数。
~~取~~ 取原子核为坐标原点。

已知 α 粒子的初速度为 v_0 ，动量为 mv_0 ，角动量为 $mv_0 b$ 。在散射过程中，靶核对 α 粒子的作用力 F 在垂直方向上的分量为

$$F_{\perp} = F \sin \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2} \sin \theta$$

$$= ma_{\perp} = m \frac{dv_{\perp}}{dt}$$

$$F_{\perp} dt = m dv_{\perp}$$

$$dv_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{m} dt = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2} \sin \theta \cdot \frac{1}{v_0} dt$$

由角动量守恒， $L = m r^2 \frac{d\theta}{dt} = m v_0 b$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{v_0 b} \frac{d\theta}{dt}$$

NOTES

$$dV_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot 2Ze^2 \sin\varphi \cdot m \frac{1}{v_0 b} \frac{d\varphi}{dt} dt$$

$$= \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sin\varphi}{m v_0 b} d\varphi$$

从图可知， α 粒子入射时， $V_{\perp 0} = 0$ 。

α 粒子与原子核之间是弹性散射，由于动量守恒。

α 粒子散射到无穷远处，其动能仍为 $m v_0^2$ ，散射角为 θ 。

则，

$$V_{\perp \infty} = V_0 \sin\theta - 0 = V_0 \sin\theta$$

$$= \int_0^{\pi-\theta} dV_{\perp} = \int_0^{\pi-\theta} \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0 b} \sin\varphi d\varphi$$

$$= \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0 b} (1 + \cos\theta)$$

同理得， $V_{\parallel} \cot\frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0}{2Ze^2} m v_0^2 b$

$$= \frac{2b}{D}$$

其中 $D = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right) \cdot \left(\frac{2Ze^2}{2m v_0^2}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{E}$

~~F 为 α 粒子的初始动能~~

$$\cot\frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D}$$

卢瑟福公式

D

包含散射因子。

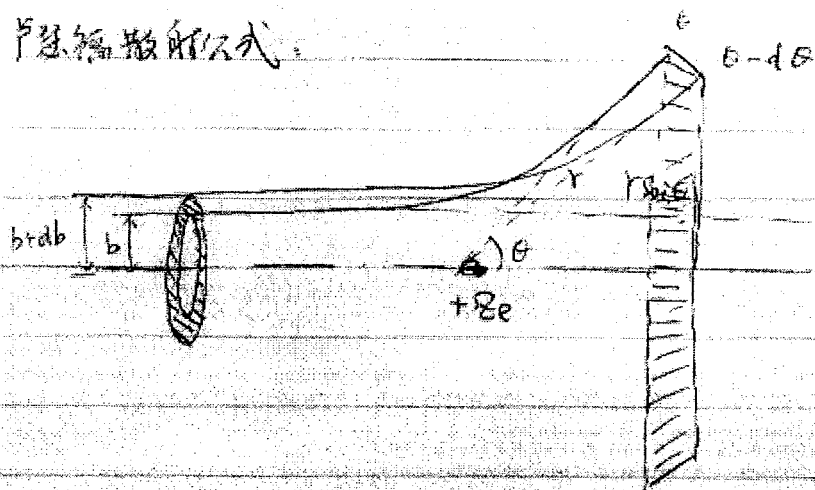
但该式含有实验上不可测量的量 b ，无法与实验进行比较。

实际上，我们测量的是：对某一固定目的入射 α 粒子，散射到某一角度的立体角内的 α 粒子数目。

$$\frac{dn}{n d\Omega} \text{ 与 } \theta \text{ 的关系}$$

NOTES

三. 衍射辐射公式:



由衍射公式可知, 如果 α 粒子打在相距距离 $(b, b+db)$ 的圆环内, 则 α 粒子将散射到 $(\theta, \theta+db)$ 的锥壳内。显然 α 粒子散射到空心圆锥面内的几率与 α 粒子入射到 $(b, b+db)$ 圆环的几率, 同即该几率与圆环的面积成正比, 圆环的面积为:

$$dS = 2\pi b |db|$$

由衍射公式, $db = -\frac{D}{4} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta$

$$\begin{aligned} \therefore dS &= 2\pi b |db| = 2\pi \cdot \frac{D \cot \frac{\theta}{2}}{2} \cdot \frac{D}{4} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta \\ &= \frac{\pi D^2}{4} \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dI &= \frac{S}{r^2} = \frac{2\pi r \sin \theta}{r^2} r d\theta = 2\pi \sin \theta d\theta \\ &= 4\pi \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta \end{aligned}$$

$$d\theta = \frac{dI}{4\pi \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}$$

作业：卢瑟福散射 1.6, 1.7

NOTES

$$d\sigma = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{Z_1^2 \frac{e}{m} \frac{e}{m}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \cdot \frac{d=2}{4\pi \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}$$

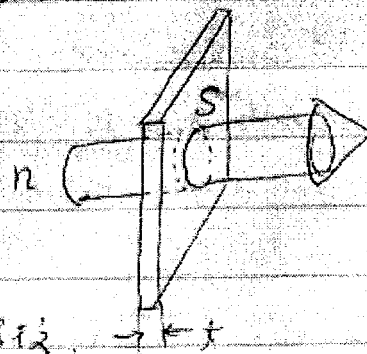
$$= \frac{D^2}{16} \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\omega$$

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{D^2}{16} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

这就是著名的 Rutherford 散射公式。它表示了 α 粒子散射到 θ 角方向单位立体角内每个原子的有效散射截面（反映了散射到 θ 角方向单位立体角内的几率）

$\frac{d\sigma}{d\omega}$ 称为微分散射截面，其量纲为面积，通常用 靶 (barn) 作单位。1 靶等于 10^{-28} cm^2 。

对于实际的靶，假设原子之间互相不遮挡（为什么可以这样假设？），即忽略多次散射，则若入射的 α 粒子数为 n ， α 粒子束与靶相交的截面为 S ，靶厚度为 L ，则对于 α 粒子而言，有



N, S 个散射中心。

每个中心的有效散射面积为 $d\sigma$ 。

则散射到 θ 角附近 $d\omega$ 固的粒子数，为 dn ，

$$\frac{dn}{n} = \frac{d\Sigma}{S} = \frac{N + S d\sigma}{S} = N d\sigma$$

（其中 N 为原子核密度）

0811134-0000

NOTES

则有：

$$\frac{dn}{n d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} N t$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dn}{n} \frac{1}{N t d\Omega}$$

将 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ 代入，则，

$$\frac{dn}{n d\Omega} = N t \frac{D^2}{16} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E} \right)^2 N t \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$\frac{dn'}{n' d\Omega'} = \frac{dn}{n d\Omega}$$

例子

四、截面的图像讨论：

在量子物理中，经常使用截面这个物理量来描述相互作用概率。我们知道，传统意义上的概率是无量纲的量，为什么在量子散射过程中（及其一些量子相互作用过程中），我们使用具有面积量纲的截面来描述相互作用的截面呢？

我们进一步更一般地分析一下部分截面概率。设散射体与入射束流的相互作用截面为 S'

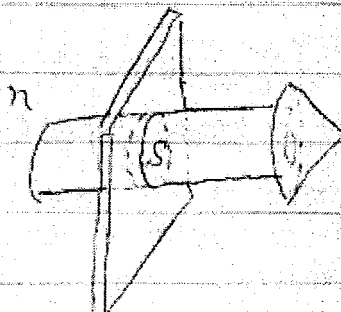
粒子在单位时间内有几个粒子垂直入射

到 S' 面内，厚度为 t ，

粒子密度为 N （即单位体积的

粒子数密度），则在相互作用的

有效体积 $S't$ 内，有 $N S't$ 个散射中心



因此，单位时间内，在目标附近的 $d\Omega$ 立体角内散射到的粒子

No.

Date

【例】设 α 粒子是外源放射的，能量为5.3 MeV，散射体为金箔，厚度为1 μm ， $\rho = 1.93 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ， $Z = 79$ ， $A = 197$ ，试求：

(1) α 粒子通过金箔在 60° 方向上产生微分散射截面。

(2) 散射角大于 90° 的所有 α 粒子占全部入射粒子的百分数。

解：(1) $\left. \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right|_{\theta=60^\circ} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \theta/2}$

$$= \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \left(\frac{2Z}{4E} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

$$= (1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm})^2 \times \left(\frac{2 \times 79}{4 \times 5.3 \times 10^6 \text{ eV}} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 30^\circ}$$

$$= 1.84 \times 10^{-23} \text{ m}^2 = 18.4 \text{ 靶 (barn)}$$

(2) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dN}{N} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E} \right)^2 N t \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\Omega$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E} \right)^2 N t \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} 4\pi \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$= \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E} \right)^2 N t \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{4\pi \times 2}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d(\sin \frac{\theta}{2})$$

$$= \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \left(\frac{2Z}{4E} \right)^2 \cdot \frac{N n \rho}{A} t \cdot 4\pi$$

$$= 8.5 \times 10^{-5}$$

NOTES

散射粒子数 dn 应当与单位面积入射束流强度 $\frac{n}{S}$ ，散射中心数目 NSt 和立体角 $d\Omega$ 成正比，可以写为

$$dn = A NSt \frac{n}{S} d\Omega$$

$$= A Nnt d\Omega$$

则一个入射到靶上的粒子被散射到 θ 方向 $d\Omega$ 立体角内的几率为：

$$\frac{dn}{n} = A Nt d\Omega$$

这个概率显然包括两个因子： A 和 Nt ，其中 Nt 与原子数密度 N 和散射体厚度 t 有关，因此，对同一种物质来说，这个因子不一定是常数，在不同实验条件下，可以改变。

$$\text{第二个因子: } A = \frac{dn}{n} \frac{1}{Nt d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$= \frac{\text{散射粒子数 (在角附近 } d\Omega \text{ 立体角内)}}{\text{入射粒子数} \times \text{单位面积靶原子数} \times \text{测量所取的立体角}}$$

表示单位面积内含有入射一个粒子 ($n=1$) 时被这个面积内的一个靶原子 ($Nt=1$) 散射到 θ 角附近单位立体角内的概率。

这个因子 (微分散射截面) 与入射粒子数、靶的形状和靶粒子数目无关，只决定于发生相互作用的粒子和散射中心的性质以及它们之间相互作用的动力学性质。

Unit 24 - Scattering

NOTES

因此， $\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}$ 起到了联系宏观可测量：作用截面 $\frac{d\Omega}{d\Omega}$ 与微观作用机制的作用。

总截面 $\sigma = \int \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} d\Omega$

$$= \int \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \cdot 2\pi \sin\theta d\theta$$

$$= 2\pi \int_0^{\pi} \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \sin\theta d\theta$$

五. Rutherford 公式的实验验证：

(1) 盖革-马斯顿实验。

从微分公式：
$$\frac{dn}{n d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E}\right)^2 N t \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

可得到以下四种关系：

- 1913 盖革-马斯顿
- A. 在同- α 源和同-计数器情况下， dn 与 $\sin^4 \frac{\theta}{2}$ 成反比
 - B. 在同- α 源和相同计数角下，同种材料计数器， $dn \propto t$
 - C. 同-计数器，相同计数角下， $dn \propto \frac{1}{E^2}$
 - D. 同- α 源，相同计数角下，不同材料计数器只要具有相同 Nt ，则 $dn \propto Z^2$
- 1920 查德威克 (J. Chadwick) 铜、银、铂的厚度与顺序相同。

NOTES

散射截面
无后向散射

(2) ~~原子核散射~~ 小角与大角偏差

- 假设：
- ① α 粒子只发生单次散射，忽略多次散射，
 - ② α 粒子与原子核之间只有库仑相互作用，
 - ③ 核外电子之作用可以忽略，
 - ④ 靶核是静止的。

* 如果考虑靶核的反弹，卢瑟福公式在质心系中仍然成立。这时 E 、 θ 和 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ 均用质心系的值来代替。通过运动学变换，可以把质心系的卢瑟福公式换算到实验室系中：

$$\frac{d\sigma_L(\theta_L)}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E_L \sin^2 \frac{\theta_L}{2}}\right)^2 \times \frac{[\cos\theta_L + \sqrt{1 - (\frac{m}{M} \sin\theta_L)^2}]^2}{(1 + \cos\theta_L)^2 \sqrt{1 - (\frac{m}{M} \sin\theta_L)^2}}$$

* 在考虑靶核反弹时，散射粒子的能量 E 也不再等于 α 粒子能量 E_0 ，对于弹性散射，由能、动量守恒可导出：

$$E = \left(\frac{m \cos\theta + \sqrt{M^2 - m^2 \sin^2\theta}}{m + M} \right) E_0$$

当 θ 很小时， E 与 E_0 差别不大，但是当 $\theta \rightarrow 180^\circ$ 时，

$$E \rightarrow \frac{-m + M}{m + M} E_0 = \left(1 - \frac{2m}{M + m}\right) E_0$$

$$\sim \left(1 - \frac{2m}{M}\right) E_0$$

NOTES

例如，当 $E_0 = 5 \text{ MeV}$ 时， $m = 4u$ ，对于 C：

$$E = \left(1 - \frac{2 \times 4}{12}\right) \times 5$$

$$= \frac{5}{3} \text{ MeV}$$

而对于 Si：

$$E = \left(1 - \frac{2 \times 4}{28}\right) \times 5$$

$$= \frac{20}{7} \text{ MeV}$$

所以可以用 Rutherford 背散射技术，进行元素分析。

* 在散射体比较厚的时候，会发生多次散射，由于多次散射的散射角是无规则的，服从正态分布，多次叠加的结果，使小角度计数比无多次散射时会反而增大。

* 在很小角度时，即便靶很薄，理论与实验也不一致。

因为当 $\theta \rightarrow 0$ 时， $\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \rightarrow \infty$ 是荒谬的。出现这样的情况还是因为忽略了散射电子的作用，即当 θ 角很小时，瞄准距离 b 就很大，而当 b 大于原子半径时，由于原子呈现电中性， α 粒子将不受偏转。

* 大角度 180° 附近十分之几度范围内，公式偏差很大，原因复杂。

原子核大小估计：

NOTES

参考文献如下：

一般讨论 [1] J.R. MacDonald et al. J. Appl. Phys. 54 (1983) 1800.

大角散射 [2] A. N. Mantri, Am. J. Phys. 45 (1977) 11.

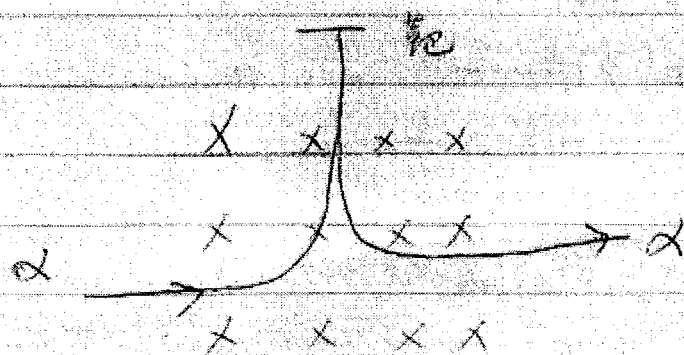
[3] T. E. Jackman et al, Nucl. Inst. & Meth., 191 (1981) 527.

[4] O. S. Oen, ^{Nucl. Instr. & Meth.} (ibid), 194 (1982) 87.

[5] D. W. Mingos & B. Rosner, ibid, B2 (1984) 340.

[6] J. A. Moore et al, ibid, B17 (1986) 25.

参考文献 (极值) 《物理学报》附录 I §1 and ref. therein



Cu: 5.3 MeV α 粒子

1.58×10^{-14} m

7.68 MeV α 粒子

1.1×10^{-14} m



$\theta = 160^\circ$

$$r_m = \frac{D}{2} \cdot 2 = D$$

角动量守恒

$$m v_0 b = m v r_m \Rightarrow v = \frac{v_0}{r_m} b = \frac{v_0}{r_m} \frac{D}{2} \sin \frac{\theta}{2}$$

能量守恒: $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r_m}$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \frac{v_0^2}{r_m^2} \cdot \frac{D^2}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r_m}$$

$$r_m^2 - D r_m - \frac{D^2}{4} \cot^2 \frac{\theta}{2} = 0$$

$$r_m = \frac{D \pm \sqrt{D^2 + D^2 \cot^2 \frac{\theta}{2}}}{2} = \frac{D}{2} \left[1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \right]$$

作业：静电斥力与万有引力 1.10NOTES 超超

§1.3.3. 核式模型的用推.

(1) 确定的原子半径

我们考虑一下原子核与电子之间的^{静电}相互作用。(计算表明万有引力是静电力 10^{-39} ，可以忽略)。以氢原子为例。由于原子核的质量 $M \gg$ 电子质量 m ，所以假设原子核静止，核外电子在核的库仑场中做圆周运动。则有：

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

则电子的动能为： $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$

其中 r 为电子与核之间的距离， m 为电子质量。另外电子在库仑场中还有势能，以 $r \rightarrow \infty$ 时的势能为0。则

电子的势能为： $V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$

则总能量为：

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + V \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \end{aligned}$$

从以上分析看，找不到任何理由，说明 r 应该具有确定的值。

而每一种原子都有一个确定的大小，那么是什么因素决定了原子有确定的半径呢？

NOTES

(2) 原子的稳定性.

电子绕原子核旋转时，由于圆周运动是一种加速运动，根据经典的电磁学理论，带电粒子加速运动时定发射电磁辐射，那么电子的能量逐步损失殆尽，电子运动半径逐渐减小，最终落到原子核上，整个原子将塌缩成只有原子核大小，显然这与事实不符，实际的原子具有确定的大小，约为 10^{-10} m .

例题：设H原子中电子绕原子核作圆周运动，并且原子的初始半径为 10^{-10} m ，请由经典电磁理论估计电子落到核上的时间.

【解】根据经典电磁理论，一个以加速度为 a 运动的带电粒子每秒发射的能量为：

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3}$$

$$\text{而 } \frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dr} \frac{dr}{dt} \quad \text{用此,} \quad \frac{dr}{dt} = \frac{dE/dt}{dE/dr}$$

$$\text{由 } E = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \Rightarrow \frac{dE}{dr} = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$\text{圆周运动的加速度 } a = \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{mr^2} \quad \text{则}$$

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{4}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{m^2 r^2 c^3}$$

$$dt = -\frac{3}{4} \left(\frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \right)^2 m^2 r^2 c^3 dr$$

$$t = \int_R^0 dt = \frac{1}{4} \times \left(\frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \right)^2 m^2 c^3 R^3 \approx 10^{-16} \text{ s}$$

NOTES

① 原子的辐射特性：

按经典理论 ~~来说~~，原子所发射光的频率等于原子中电子的周期运动的频率。以 H 原子为例：

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{e}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 m r^3}}$$

由②可知，电子运动的轨道半径 r 不断变，那么 f 也将不断增大，且连续变化，因此原子发射的光谱应当为连续光谱，而实际观察到的原子光谱是一系列的线光谱，其谱线具有确定的分立频率。

由于玻尔模型具有如此多与经典理论相抵触的地方，因此，虽然它得到了以量子辐射实验为强有力的支持，但总遭遇到许多反对。也正因为如此多的抵触，所以孕育了一场物理学的大变革。

除玻尔模型之外，在 20 世纪初，相继出现了许多方面的实验事实与经典物理相抵触。

例如：迈克尔逊-莫雷的实验直接导致了 Einstein 的狭义相对论。

Planck 的黑体辐射、~~Einstein 的光量子说~~ 及玻尔模型等。同时比热容等... 导致：量子力学的发明。

NOTES

物理学史和

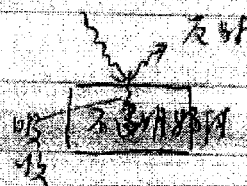
马1.4 光的波粒二象性

马1.4.1 黑体辐射与 Planck 的量子假说

黑体辐射：

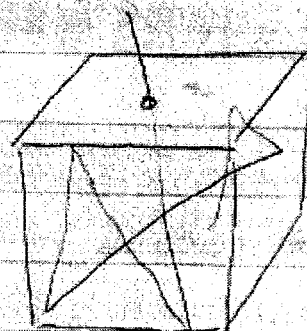
关于辐射的量子性质的线索，最初是从研究不透明物体的热辐射现象中获得的，当辐射照射到不透明物体上，一部分辐射被反射，其余被吸收。

浅色的物体反射绝大部分的入射光，而黑色的物体则吸收绝大部分入射光。



100% 吸收

我们入射的所有辐射全部吸收的物体称为理想黑体，例如：如同所示空腔的开口处，被看作是近似理想的黑体。



热平衡时，吸收与发射达到平衡。

J. Stefan 1879 年建立了关于黑体每单位面积而辐射功率与温度之间关系的一个经验公式，

$$R = \sigma T^4 \quad (\text{Stefan 公式})$$

$$\sigma = 5.6703 \times 10^{-8} \text{ 瓦/米}^2 \cdot \text{K}^4 \quad (\text{Stefan 常数})$$

1884 年 Boltzmann 推导了这一结果

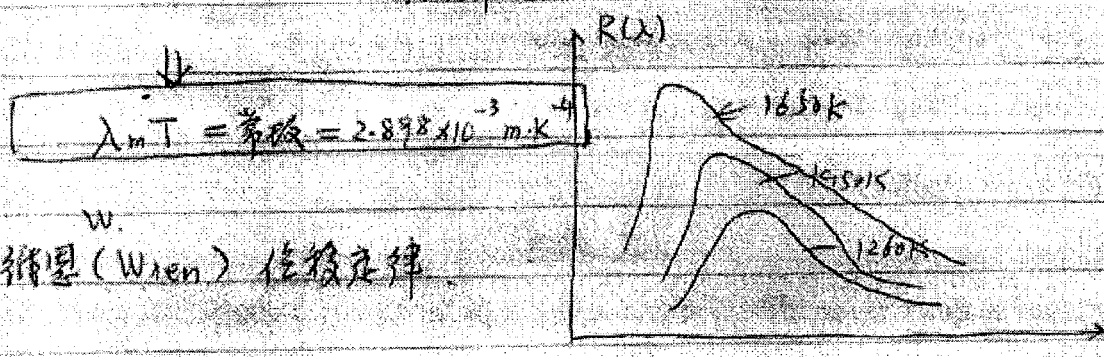
01001224-00000000

NOTES

R 是单位面积上的总辐射本领，可以看到只取决于温度 T ，与辐射体的其他性质无关。

黑体辐射的光谱分布：如图

$R(\lambda)d\lambda$ ：单位面积上发出的波长在 $\lambda \sim \lambda+d\lambda$ 之间的辐射本领。



(* 这就是为什么温度越高，物体会变得由暗 $\rightarrow$ 红 $\rightarrow$ 鲜红 $\rightarrow$ 白热)

黑体的辐射本领与腔体内平衡的辐射场的能量密度有关，有下式：

$$R = \frac{1}{4} c u \quad u \text{ 为腔体内单位体积辐射能}$$

$$R(\lambda) = \frac{1}{4} c u(\lambda) \quad u(\lambda)d\lambda \text{ 是腔体内单位体积内波长在 } \lambda \sim \lambda+d\lambda \text{ 范围内的辐射能}$$

实验上测得 $R, R(\lambda) \Rightarrow u, u(\lambda)$

反过来，理论上推导出 $u, u(\lambda)$ ，可以用以上得到 R 和 $R(\lambda)$ 与实验比较

NOTES

[黑体辐射]

王正行《近代物理》P283

经典物理求 $u(\lambda)$ ：

将腔内的电磁波看作光子

波长在 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 间隔内，腔内电磁场振荡模式的数目，
单位体积的辐射模式数 $n(\lambda)$

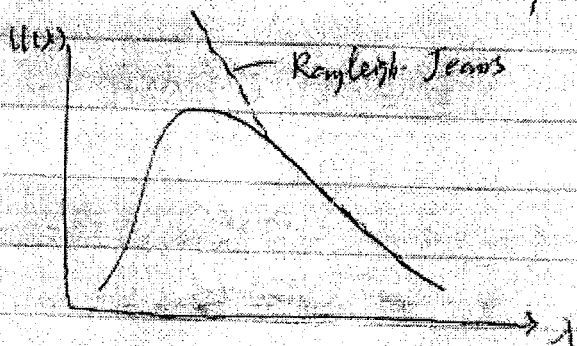
$$n(\lambda) = 8\pi\lambda^{-4}$$

每一个振荡模式的能量按照能量均分定理（能量-自由度）
为 kT ，则 $u(\lambda) = n(\lambda)kT$

$$u(\lambda) = n(\lambda)kT = 8\pi kT\lambda^{-4}$$

这就是高温的瑞利-金斯定律（Rayleigh-Jeans 定律）

这个公式在长波长的区域内
与实验符合，但在短波长的
情况下，则不符合。极端地，
当 $\lambda \rightarrow 0$ 时， $u(\lambda) \rightarrow \infty$
而实际实验 $u(\lambda) \rightarrow 0$



这就是著名的“紫外灾难”

NOTES

普朗克的量子论

1900年，德国物理学家 Max Planck 宣布：

$$u(\lambda) = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda} - 1} \quad \text{经验公式}$$

并假设，做一些奇怪的假设，能够推导出上述公式。

问题的解决主要是在推导平均能量时。

* 一维谐振子的平均能量，是按照经典的能量分布函数算出的，即 Maxwell-Boltzmann 分布：

$$f(E) = C e^{-E/kT} \quad (\text{归一化常数})$$

$$\bar{E} = \int_0^{\infty} E f(E) dE = \int_0^{\infty} E C e^{-E/kT} dE = kT$$

普朗克发现，只要假设谐振子的能量不是连续的，即能量取分立值，~~即与经典理论不符~~，即
如 0, ϵ , 2ϵ , 3ϵ ...

$$E_n = n\epsilon = nh\nu \quad n=0, 1, 2, \dots \quad \text{普朗克假设}$$

式中 h 是一个常数，现在称为 Planck 常数

这样能量分布改为

$$f_n = C e^{-E_n/kT} = C e^{-n\epsilon/kT}$$

(归一化条件) $\sum_{n=0}^{\infty} f_n = 1 \Rightarrow C \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\epsilon/kT} = 1$

普朗克的假设

谐振子的能量是量子化的

NOTES

$$\Rightarrow C = 1 - e^{-E/kT}$$

谐振子

平均能量：

$$\bar{E} = \sum_{n=0}^{\infty} E_n f_n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E_n C e^{-E_n/kT}$$

$$= \frac{1}{e^{E/kT} - 1} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$= \frac{hc/\lambda}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$$U(\lambda) = n(\omega) \bar{E} = 8\pi\lambda^{-4} \frac{hc\lambda^{-1}}{e^{hc/\lambda kT} - 1} = \frac{8\pi hc \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Planck 定律

在波长很大的情况下： $e^x = 1 + x + \dots$ $x \ll 1$

设 $x = hc/\lambda kT$ ，则

$$e^{hc/\lambda kT} - 1 \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT} - 1 = \frac{hc}{\lambda kT}$$

$$U(\lambda) = \frac{8\pi hc \lambda^{-5}}{\frac{hc}{\lambda kT}} = 8\pi \lambda^{-4} kT = 8\pi kT \lambda^{-4}$$

这就是 Rayleigh-Jeans 公式

而当 $\lambda \rightarrow 0$ 时， $U(\lambda) \rightarrow 8\pi hc \lambda^{-5} e^{-hc/\lambda kT} \rightarrow 0$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

NOTES

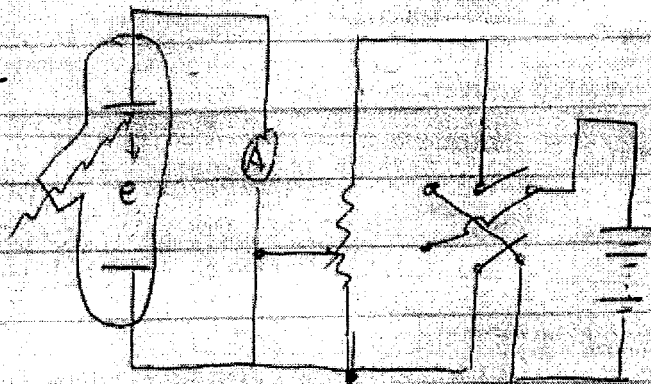
§1.4.2 光电效应与 Einstein 的光量子论.

1887. H. Hertz 火花实验.

材料: 1888年, 霍尔瓦希斯 (W. Hallwachs)

P. Lenard 发现清洁的锌表面受光照射时发射带负电的粒子.

1900年 赫兹 P. Lenard 发现该粒子与 Thomson 实验中的粒子相同
即是电子.



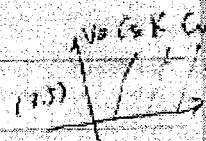
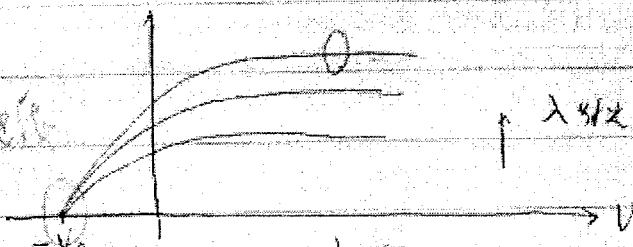
光电效应的实验现象:

(1) 当入射光的频率高于一定值, 在一定光强下, 光电流随着加在两极板上的电压增大先是增大, 最后趋于一个饱和值.

饱和光电流 i_s 与入射光强 I 成正比

理论可以解释

饱和值



(1) $V-A$ 特性.

一定频率, 一定光强 I 下,

V_0 饱和 i_s

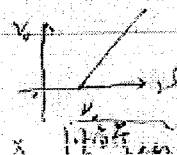
V_0

(2) 随光强 I

$i_s \propto I$

(3) 改变频率

I 不变

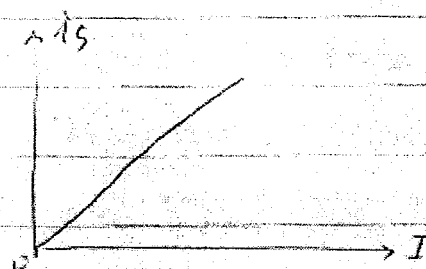


9-101X24-00000

(4) 饱和光电流

NOTES

单位时间内从阴极射线发射出的光电子数与入射光强成正比。

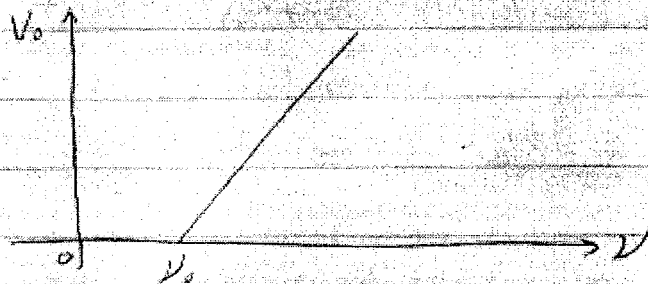


(2) 如果在两电极加上反向电压，当反向电压的值不太大，仍存在一定的光电流。表明从阴极发射出的光电子虽然已消耗等于金属脱离功的能量，但仍有剩余能量，它们可以克服反向电场之阻碍而到达阳极。

但当反向电压大到一定值 V_0 ，光电流则变为零。

V_0 称为光电效应的临界遏止电压，它与入射光强无关，而只与金属性质有关。

(3) 改变入射光频率 ν ，临界遏止电压 V_0 则随之改变， V_0 与 ν 成线性关系， ν 减小时， V_0 也减小，当 ν 等于红频率 ν_0 时， V_0 减小到零。



此时无论光强多大，都不再发生光电效应。

ν_0 称为光电效应的临界截止频率，它与金属性质有关。

GREY24-2046

NOTES

(4) 当光来照射到阴极板上，只要入射光的频率大于临界截止频率，则无论光强如何微弱，几乎在开始照射的瞬间就有光电子从阴极逸出，弛豫时间不会超过 10^{-9} 秒。

二、光电效应的经典^{理解}解释：

(1) 可以解释。

(2) 只有当电子动能 $\frac{1}{2}mv^2 > e|V|$ 电子才能到达阳极。

$$\text{电子最大动能 } (\frac{1}{2}mv^2)_{\max} = eV_0$$

V_0 与入射光强度无关 无法解释。

例

例：波长为 400 nm ，强度为 10^{-2} W/m^2 的光射到金属钾表面，试按经典理论估计出产生光电效应所需的时间。

解：设一个原子的半径 $r = 10^{-10} \text{ m}$ ，则在时间 t 内，照射到该原

$$\text{子上的能量为 } E = (10^{-2} \text{ W/m}^2) \pi r^2 t$$

$$= (3.14 \times 10^{-22} \text{ J/s}) t$$

$$\text{钾的逸出功 } \phi = 2.22 \text{ eV} = 2.22 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

(逸出功)

使 $E = \phi$ ，则有：

$$(3.14 \times 10^{-22} \text{ J/s}) t = 2.22 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$t = 1.13 \times 10^3 \text{ s} = 18.8 \text{ 分钟}$$

9710 X24-Design

NOTES

三. Einstein 的光量子假说

1905 Einstein 将 Planck 的量子理论予以发展后，在应用到光电效应上，

光在传播过程中，不仅在被发射和吸收时表现出量子性
也具有量子性。光的能量本质上就是一份一份的。
每份能量相当于单色光的能量最小单位。

$$E = h\nu = hf \quad \text{称为光量子}$$

1926年 G.N. Lewis 命名为光子。

四. 光子论解释光电效应

$$h\nu = \phi + \frac{1}{2}mv_0^2 = \phi + eV_0$$

Einstein 的光电效应公式，

ϕ 为金属的逸出功。

按照 Einstein 的光量子论，光电效应中，光子与电子发生碰撞，
电子要么吸收一个光子，要么完全不吸收。

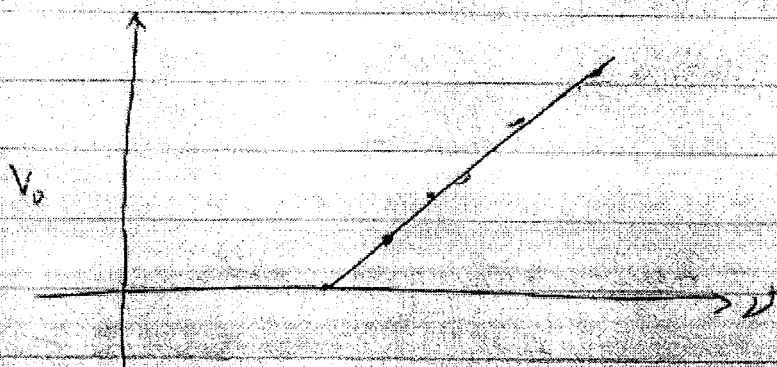
从这里我们可以得到临界截止电压的意义：当电子获得动能
 $\frac{1}{2}mv_0^2$ ，反向的临界截止电压使其减速到零，故有：

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = eV_0$$

作业：P63. 1.2, 1.3

NOTES

当入射光频率减小到 V_0 也减小，到临界截止频率时，
 $V_0 = 0$ ，有 $h\nu_0 = \phi \Rightarrow \nu_0 = \frac{\phi}{h}$



Millikan 1916 年的实验，测出普朗克常数为：

$$6.56 \times 10^{-34} \text{ 焦耳} \cdot \text{秒}$$

而 Planck 根据黑体辐射得到的常数为：

$$6.55 \times 10^{-34} \text{ 焦耳} \cdot \text{秒}$$

现在值： $6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

1916 年，Einstein 又指出：光子不仅有能量，而且有动量，
 其动量的大小 p 与频率 ν 或波长 λ 之间的关系为：

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\vec{p} = h\vec{k}$$

$$\text{其中 } h = \frac{h}{2\pi}$$

也称为 Planck 常数

$$\text{Einstein 方程: } \begin{cases} E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1239.8424}{\lambda} \approx \frac{1240}{\lambda} \\ \vec{p} = h\vec{k} \end{cases}$$

组合常数：

$$hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$$

NOTES

§1.4.3 X射线与 Compton 效应.

一、X射线的发现:

1895年，德国乌兹堡大学 校长 伦琴教授，在暗室中做阴极射线管 中气体放电的实验时，为了解释射线和可见光的影响，特用黑色纸把阴极射线管包了起来，但伦琴发现，在密封的 铂氰酸钡 $Ba.Pt(CN)_6$ 荧光屏会发出从阴极射线管发出一种射线，他将这种射线命名为X射线。

进一步研究发现：X射线具有很强的穿透性，不带电，能使荧光，不被电磁场偏转，能使照相底片感光，能使气体电离等特性。

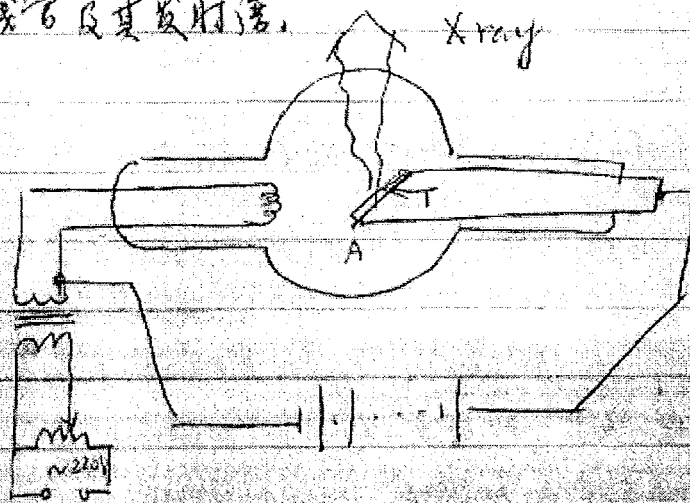
X射线的奇特特性，尤其是它的透视性，引起了全世界的轩然大波，德皇亲自表演，照X光内衣，美国州长活，爱迪生的便携式X光机等。

伦琴在1895年年底宣读第一篇报告《论新的射线》，并公布了他妻子的手照背的X光像片。

X射线发现约5个月以后，维也纳的医院在外科治疗中便首次应用X射线来拍片。

NOTES

三 X射线管及其发射谱



K是由钨丝制成的阴极。

A是阳极，通常用Cu制成。

为防止温度过高，通常要水冷却。

靶材料T嵌在铜块里面。

医用X光机的靶材料一般为高熔点的物质如钨、钼等，以减小功率。

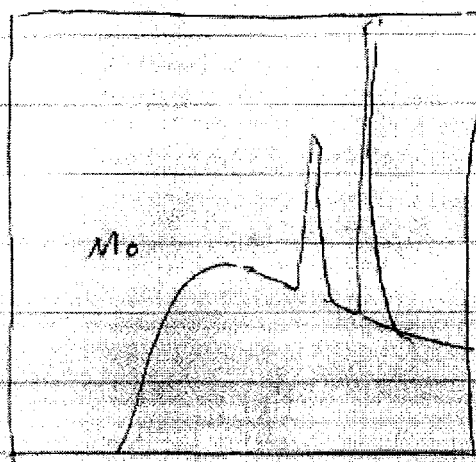
AK之间通常加几十KV~100KV电压。

医用的一般在60KV。为了获得更高功率，常制成旋转阳极（称为靶），功率以几十瓦~几百瓦。

(a) 连续谱：带电粒子减速，产生辐射。

由：光子能量 $h\nu = T - T'$

NOTES



061124-40-41