

## 2008 年中国科学技术大学 数学分析试题解答

1. 设  $f(x) \in C[0,1]$  求证：

(1).  $\exists x_0 \in [0,1]$ , 使得  $\sin^2(\pi f(x_0)) = x_0$ ;

(2). 若  $f(x) = x$ , 则  $\sin^2(\pi x) = x$  有且仅有三个根.

**证明：** (1) 令  $F(x) = \sin^2(\pi f(x)) - x$ , 则  $F(0) \geq 0, F(1) \leq 0$ . 由连续函数零点定理知,

完整版，请访问 [www.kaoyancas.net](http://www.kaoyancas.net) 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研