

中国科学院 2001 高等代数真题解析

一. 设 A 和 B 为满秩方阵，试求 $Q = \begin{pmatrix} A & C \\ O & B \end{pmatrix}$ 的逆矩阵(用 A^{-1}, B^{-1}, C 表示即可)。

【解答】

由 $\det Q = \det A \cdot \det B \neq 0$ 知， Q 可逆。令 $Q^{-1} = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{pmatrix}$ ， E 表示与 Q 同阶

的单位矩阵，则由 $Q^{-1}Q = E$ 得

$$\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & C \\ O & B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11}A + X_{12}C & X_{11}C + X_{12}B \\ X_{21}A + X_{22}C & X_{21}C + X_{22}B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & O \\ O & E \end{pmatrix}$$