

中国科学院 2005 年高等代数真题解析

1.(15 分) 设四元齐次线性方程组(I) $\begin{cases} x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \end{cases}$ ，又已知某齐次线性方程组(II)

的通解为 $k_1(0,1,1,0)^T + k_2(-1,2,2,1)^T$ 。(i) 求线性方程组(I)的基础解系；(ii) 问线性方程组(I)和(II)是否有非零公共解？若有，则求出所有非零公共解，若没有，则说明理由。

【解答】

(1) 求解方程组(I)，可得其通解为 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ，其中 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 为方程

组(I)的基础解系。

(2) 将(I)与(II)的基础解系合成一个矩阵，为