

第8章 相量法

本章重点

8.1

复数

8.2

正弦量

8.3

相量法的基础

8.4

电路定律的相量形式

首页

● 重点：

1. 正弦量的表示、相位差
2. 正弦量的相量表示
3. 电路定理的相量形式

8.1 复数

1. 复数的表示形式

$$F = a + jb$$

代数式

($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)

$$F = |F| e^{j\theta}$$

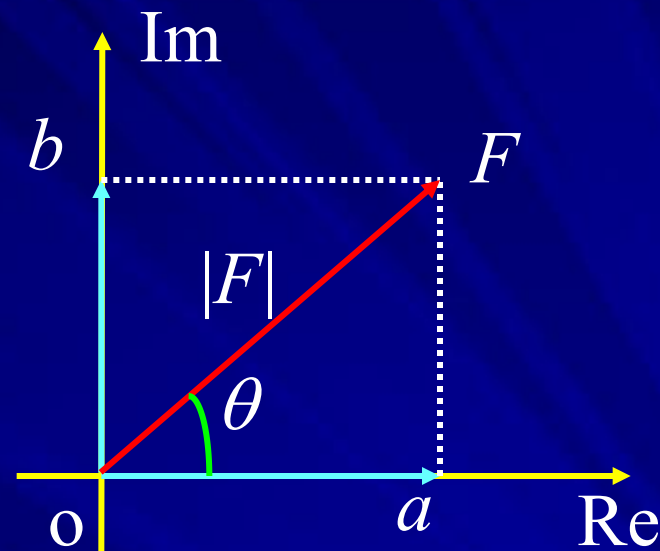
指数式

三角函数式

$$F = |F| e^{j\theta} = |F| (\cos \theta + j \sin \theta) = a + jb$$

$$F = |F| e^{j\theta} = |F| \angle \theta$$

极坐标式



几种表示法的关系：

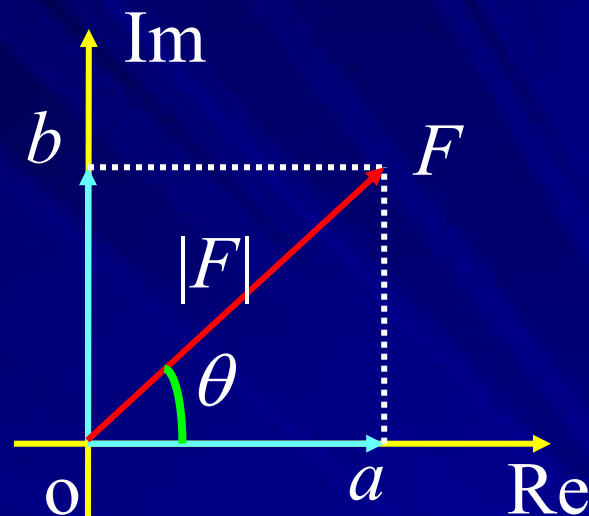
$$F = a + jb$$

$$F = |F| e^{j\theta} = |F| \angle \theta$$

$$\begin{cases} |F| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctan \frac{b}{a} \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} a = |F| \cos \theta \\ b = |F| \sin \theta \end{cases}$$

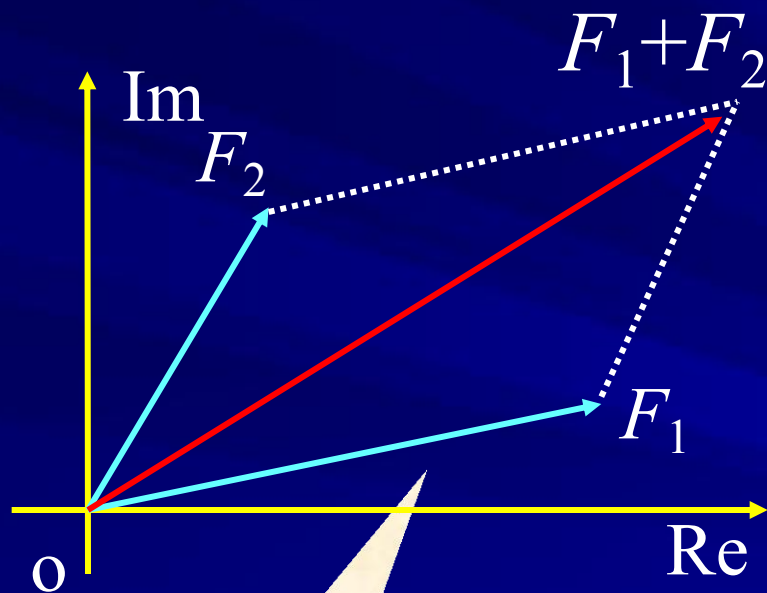


2. 复数运算

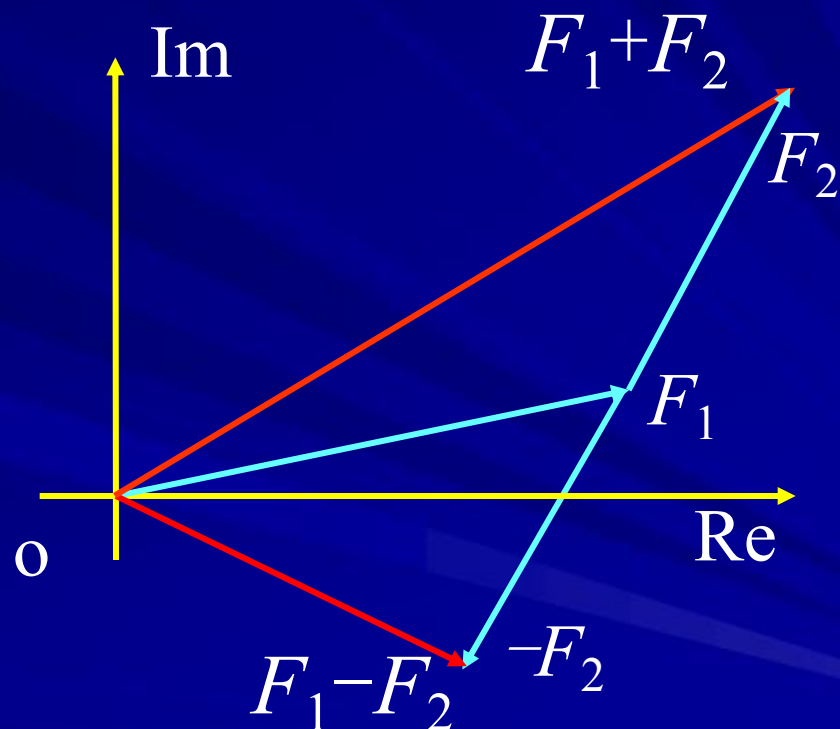
① 加减运算 —— 采用代数式

若 $F_1 = a_1 + jb_1$, $F_2 = a_2 + jb_2$

则 $F_1 \pm F_2 = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$



图解法



②乘除运算 —— 采用极坐标式

若 $F_1 = |F_1| \angle \theta_1$, $F_2 = |F_2| \angle \theta_2$

则： $F_1 \cdot F_2 = |F_1| e^{j\theta_1} \cdot |F_2| e^{j\theta_2} = |F_1| |F_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$

$$= |F_1| |F_2| \angle \theta_1 + \theta_2$$

模相乘
角相加

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{|F_1| \angle \theta_1}{|F_2| \angle \theta_2} = \frac{|F_1| e^{j\theta_1}}{|F_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|F_1|}{|F_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$= \frac{|F_1|}{|F_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

模相除
角相减

例1 $5\angle 47^\circ + 10\angle -25^\circ = ?$

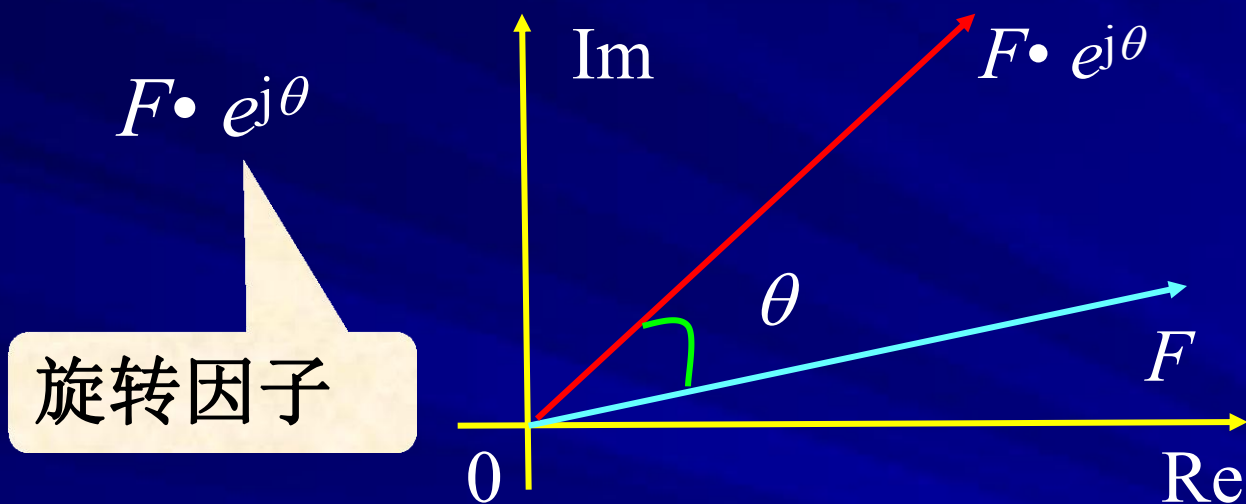
解 原式 $= (3.41 + j3.657) + (9.063 - j4.226)$
 $= 12.47 - j0.569 = 12.48\angle -2.61^\circ$

例2 $220\angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$

解 原式 $= 180.2 + j126.2 + \frac{19.24\angle 27.9^\circ \times 7.211\angle 56.3^\circ}{20.62\angle 14.04^\circ}$
 $= 180.2 + j126.2 + 6.728\angle 70.16^\circ$
 $= 180.2 + j126.2 + 2.238 + j6.329$
 $= 182.5 + j132.5 = 225.5\angle 36^\circ$

③旋转因子

复数 $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta = 1 \angle \theta$



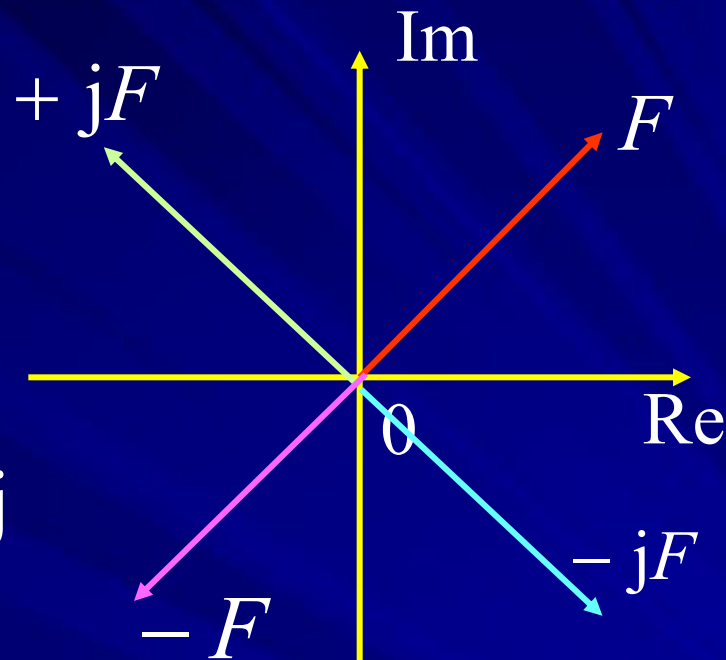
特殊旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2},$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$

$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{j-\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$$

$$\theta = \pm\pi, \quad e^{j\pm\pi} = \cos(\pm\pi) + j\sin(\pm\pi) = -1$$



注意

$+j, -j, -1$ 都可以看成旋转因子。

8.2 正弦量

1. 正弦量

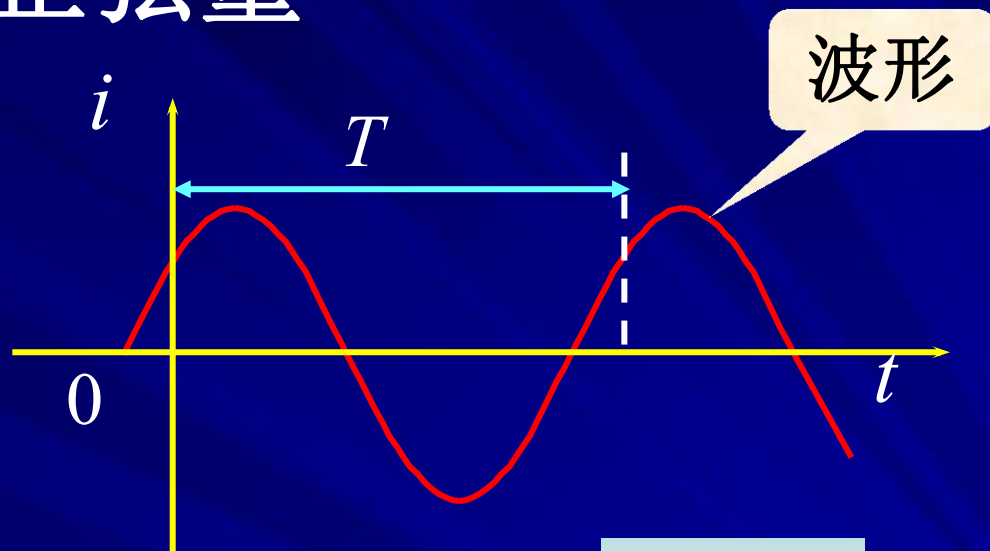
●瞬时值表达式

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

正弦量为周期函数 $f(t) = f(t + kT)$

●周期 T 和频率 f

周期 T ：重复变化一次所需的时间。单位：秒 s
频率 f ：每秒重复变化的次数。单位：赫(兹) Hz



$$f = \frac{1}{T}$$

●正弦电流电路



激励和响应均为同频率的正弦量的线性电路（正弦稳态电路）称为正弦电路或交流电路。

●研究正弦电路的意义

1. 正弦稳态电路在电力系统和电子技术领域占有十分重要的地位。



优点

- ① 正弦函数是周期函数，其加、减、求导、积分运算后仍是同频率的正弦函数；
- ② 正弦信号容易产生、传送和使用。

2. 正弦信号是一种基本信号，任何非正弦周期信号可以分解为按正弦规律变化的分量。

$$f(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos(k\omega t + \theta_k)$$



结论

对正弦电路的分析研究具有重要的理论价值和实际意义。

2. 正弦量的三要素

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值（振幅、最大值） I_m

→ 反映正弦量变化幅度的大小。

(2) 角频率 ω

→ 相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。

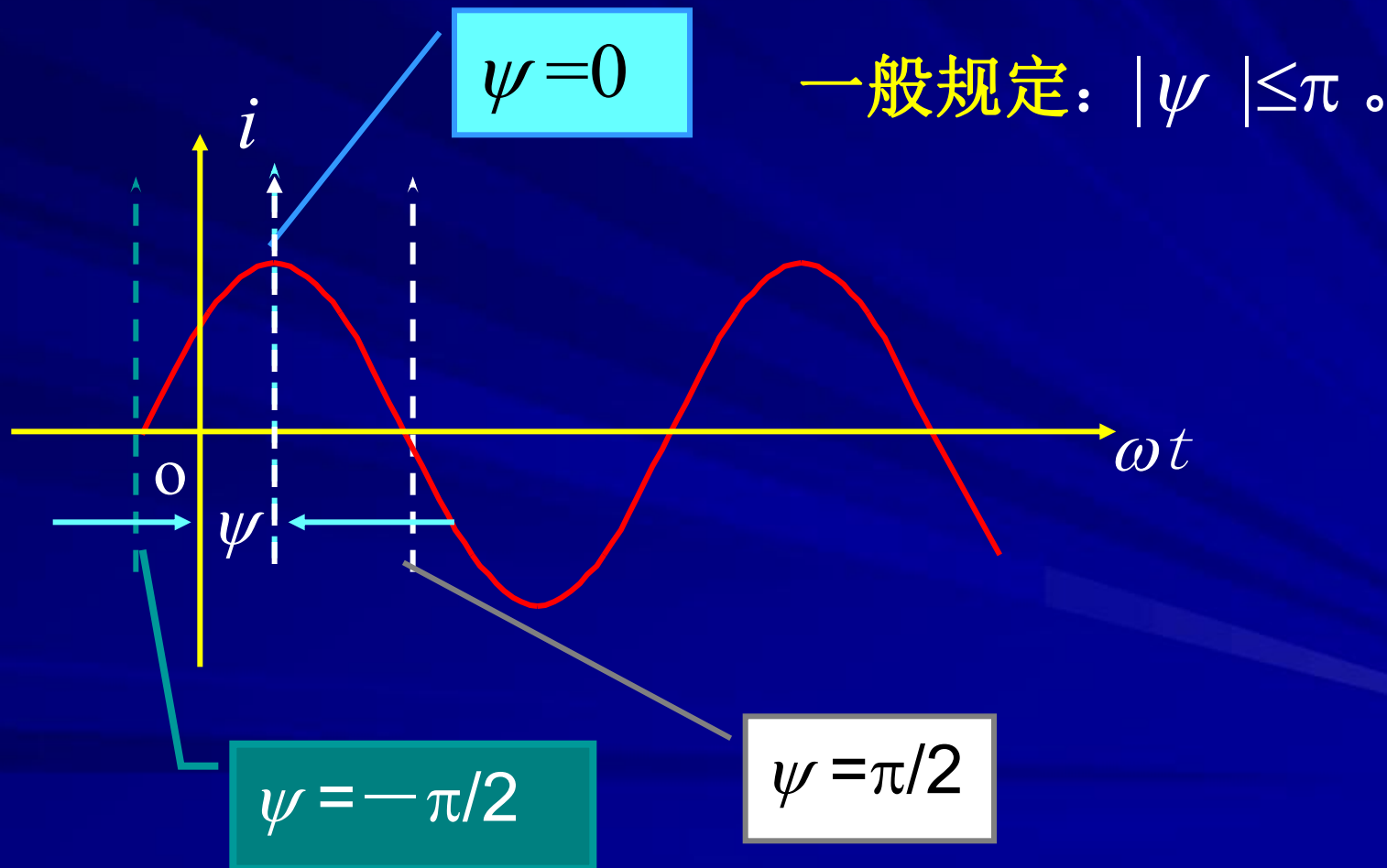
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{单位： rad/s ， 弧度/秒}$$

(3) 初相位 ψ

→ 反映正弦量的计时起点，常用角度表示。



注意 同一个正弦量，计时起点不同，初相位不同。



例 已知正弦电流波形如图， $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$ ，

1. 写出 $i(t)$ 表达式； 2. 求最大值发生的时间 t_1

解

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \psi)$$

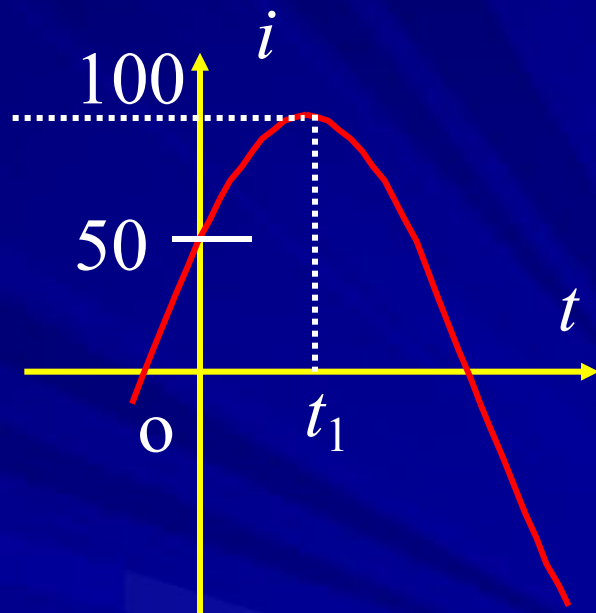
$$t = 0 \rightarrow 50 = 100 \cos \psi$$

$$\rightarrow \psi = \pm \pi/3 \rightarrow \psi = -\frac{\pi}{3}$$

由于最大值发生在计时起点右侧

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t - \frac{\pi}{3})$$

$$\text{当 } 10^3 t_1 = \pi/3 \text{ 有最大值} \rightarrow t_1 = \frac{\pi/3}{10^3} = 1.047 \text{ ms}$$



3. 同频率正弦量的相位差

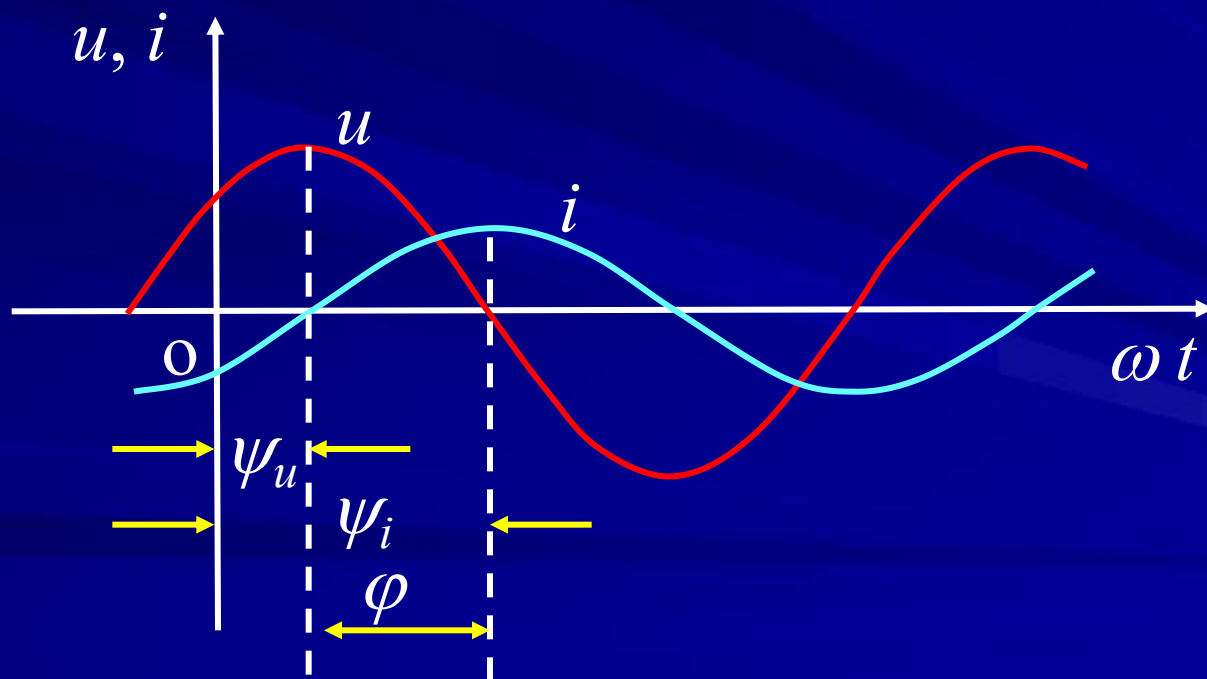
设 $u(t)=U_m\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$

相位差： $\varphi = (\omega t+\psi_u) - (\omega t+\psi_i) = \psi_u - \psi_i$

规定： $|\varphi| \leq \pi$ (180°)

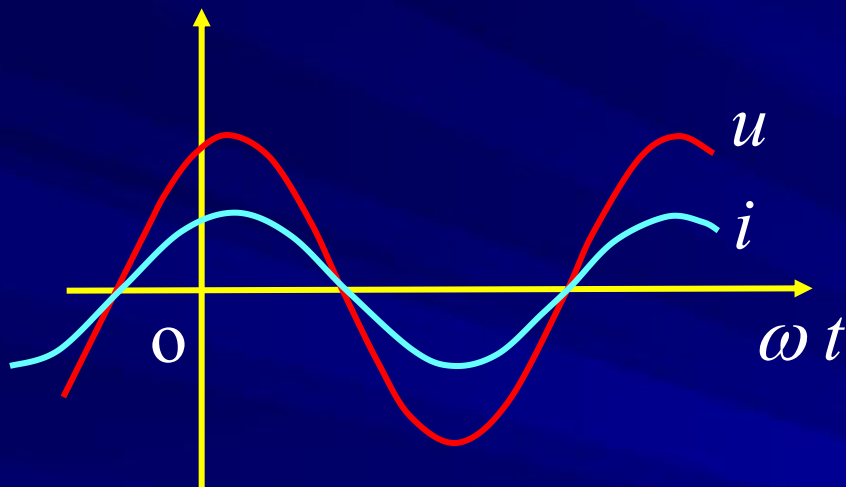
等于初相位之差

- $\varphi > 0$, u 超前 i φ 角, 或 i 滞后 u φ 角, (u 比 i 先到达最大值);
- $\varphi < 0$, i 超前 u φ 角, 或 u 滞后 i φ 角, (i 比 u 先到达最大值)。

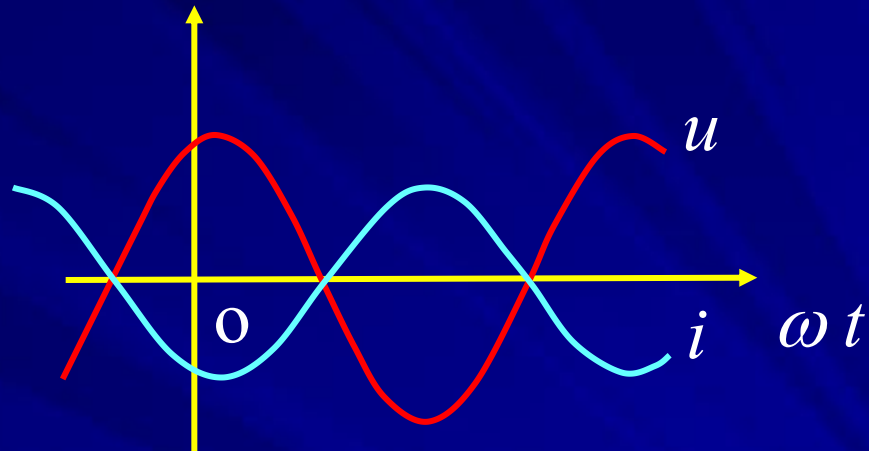


特殊相位关系

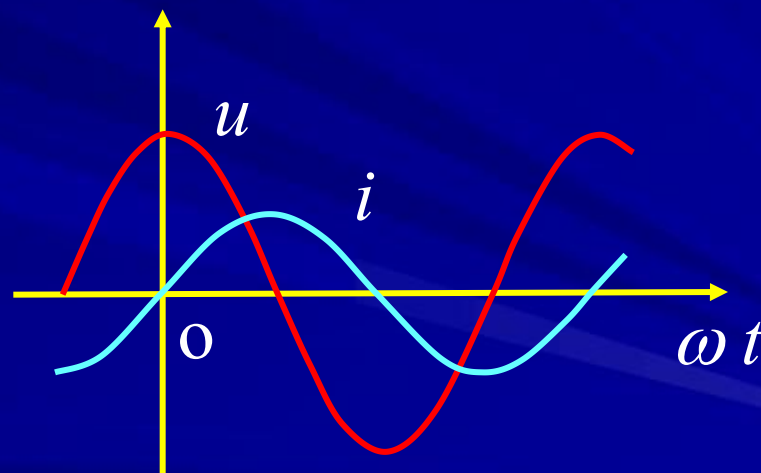
$\varphi = 0$, 同相



$\varphi = \pm\pi$ ($\pm 180^\circ$), 反相



$\varphi = \pi/2$: u 领先 i $\pi/2$



同样可比较两个电压或两个电流的相位差。

例 计算下列两正弦量的相位差。

解

$$(1) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4)$$

$$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2)$$

$$\varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$$

$$\longrightarrow \varphi = 5\pi/4 - 2\pi = -3\pi/4$$

$$i_2(t) = 3 \cos(100\pi t - 150^\circ)$$

$$\longrightarrow \varphi = -30^\circ - (-150^\circ) = 120^\circ$$

$$\longrightarrow \varphi = 30^\circ - (-150^\circ) = 180^\circ$$

$$(4) \quad i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$$

$$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$



结论

两个正弦量进行相位比较时应满足同频率、同函数、同符号，且在主值范围比较。

4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

● 周期电流、电压有效值定义

物理意义

直流 I

R

交流 i

R

$$W = RI^2T \quad \text{=} \quad W = \int_0^T Ri^2(t)dt$$

均方根值

$$I \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

定义电压有效值：

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

● 正弦电流、电压的有效值

设 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \Psi)$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \Psi) dt}$$

$$\because \int_0^T \cos^2(\omega t + \Psi) dt = \int_0^T \frac{1 + \cos 2(\omega t + \Psi)}{2} dt$$

$$= \frac{1}{2} t \Big|_0^T = \frac{1}{2} T$$

$$I_m = \sqrt{2} I$$

$$\therefore I = \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \cdot \frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \Psi) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \Psi)$$

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

若交流电压有效值为 $U=220\text{V}$, $U=380\text{V}$

其最大值为 $U_m \approx 311\text{V}$ $U_m \approx 537\text{V}$



注意

① 工程上说的正弦电压、电流一般指有效值，如设备铭牌额定值、电网的电压等级等。但绝缘水平、耐压值指的是最大值。因此，在考虑电器设备的耐压水平时应按最大值考虑。

②测量中，交流测量仪表指示的电压、电流读数一般为有效值。

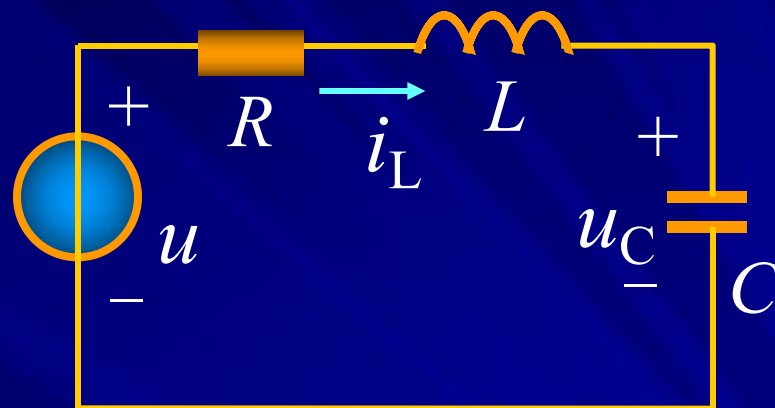
③区分电压、电流的瞬时值、最大值、有效值的符号。

$$i, I_m, I, \quad u, U_m, U$$

8.3 相量法的基础

1. 问题的提出

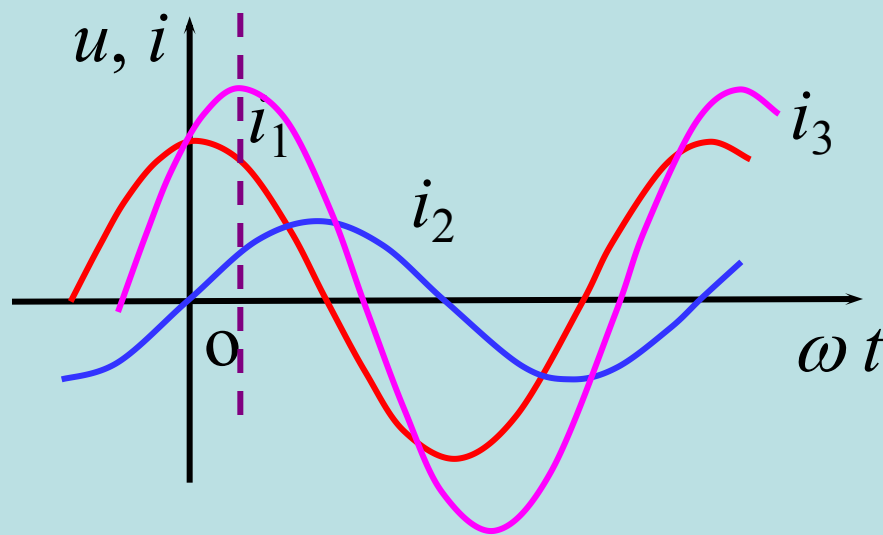
电路方程是微分方程：



$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u(t)$$

两个正弦量的相加：如KCL、KVL方程运算：

$$\begin{aligned} i_1 &= \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \psi_1) \\ i_2 &= \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + \psi_2) \end{aligned} \quad \text{> } +$$



 **结论** 同频的正弦量相加仍得到同频的正弦量，所以，只需确定初相位和有效值。因此采用

正弦量



复数

变换的思想

3. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数 $F(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$

$$= \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I\sin(\omega t + \Psi)$$

对 $F(t)$ 取实部 $\text{Re}[F(t)] = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) = i(t)$

 **结论** 任意一个正弦时间函数都有唯一与其对应的复数函数。

是一个正弦量
有物理意义

$$i = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \leftrightarrow F(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$$

$F(t)$ 还可以写成

复常数

$$F(t) = \sqrt{2} I e^{j\psi} e^{j\omega t} = \sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}$$

$F(t)$ 包含了三要素： I 、 Ψ 、 ω ，

复常数包含了两个要素： I 、 Ψ 。

正弦量对
应的相量

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{I} = I \angle \Psi$$



注意

相量的模表示正弦量的有效值

相量的幅角表示正弦量的初相位

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \dot{U} = U \angle \theta$$

例1 已知 $i = 141.4 \cos(314t + 30^\circ) \text{ A}$

$$u = 311.1 \cos(314t - 60^\circ) \text{ V}$$

试用相量表示 i, u .

解

$$\dot{I} = 100 \angle 30^\circ \text{ A}, \quad \dot{U} = 220 \angle -60^\circ \text{ V}$$

例2 已知 $\dot{I} = 50 \angle 15^\circ \text{ A}, f = 50 \text{ Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

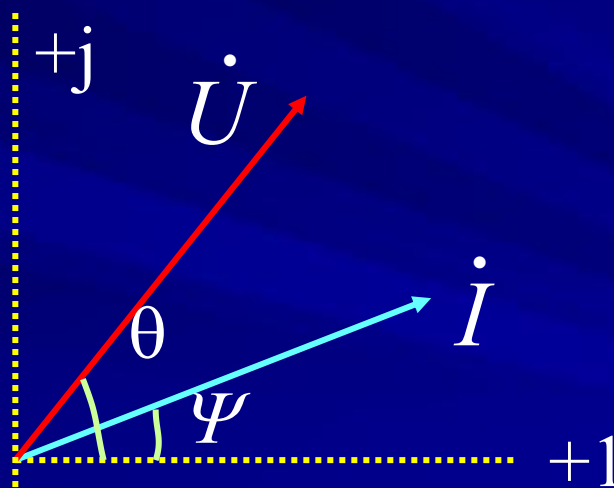
解

$$i = 50\sqrt{2} \cos(314t + 15^\circ) \text{ A}$$

● 相量图 → 在复平面上用向量表示相量的图

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \rightarrow \dot{I} = I\angle\Psi$$

$$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta) \rightarrow \dot{U} = U\angle\theta$$



4. 相量法的应用

①同频率正弦量的加减

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \Psi_1) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \Psi_2) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) \\ &= \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \underbrace{(\dot{U}_1 + \dot{U}_2)}_{\dot{U}} e^{j\omega t}) \end{aligned}$$

相量关系为：

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

$$\dot{U}$$



结论

同频正弦量的加减运算变为对应相量的加减运算。

$$\begin{array}{ccc} i_1 \pm i_2 = i_3 \\ \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \\ I_1 \pm I_2 = I_3 \end{array}$$

例

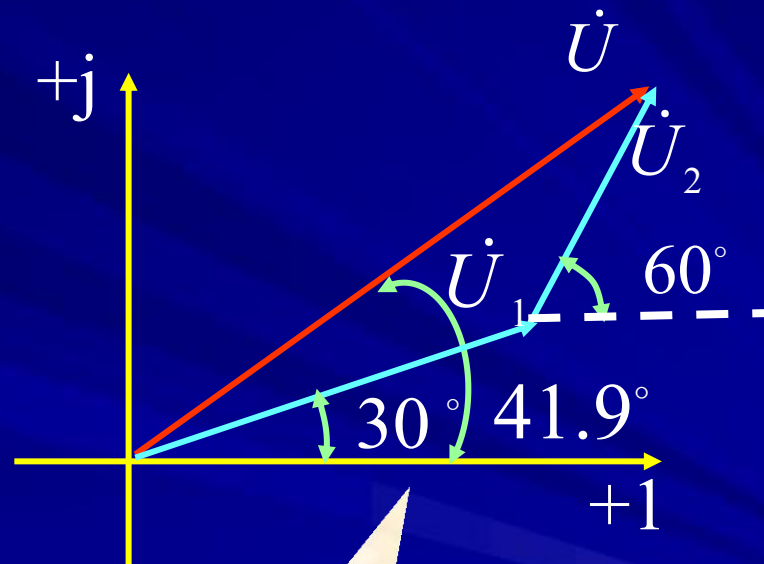
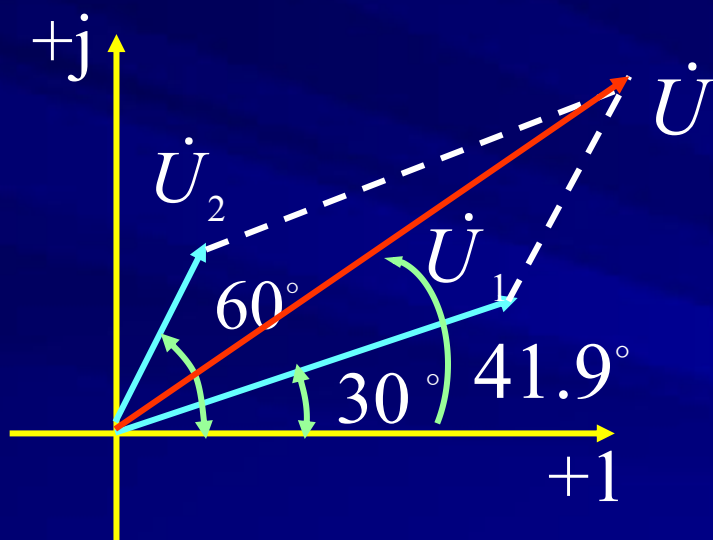
$$\begin{array}{l} u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V} \\ u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V} \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ \\ &= 5.19 + j3 + 2 + j3.46 = 7.19 + j6.46 \\ &= 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

借助相量图计算

$$\dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \quad \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V}$$



首尾相接

②正弦量的微分、积分运算

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i$$

微分运算

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \operatorname{Re}[\sqrt{2} I e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} \cdot j\omega e^{j\omega t}]$$

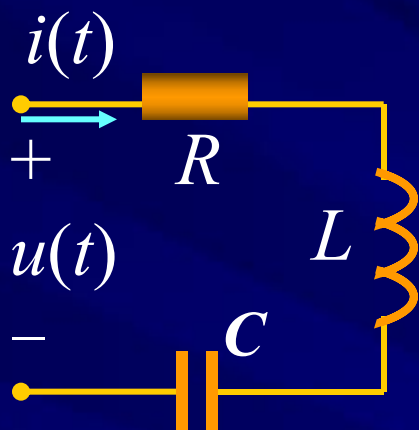
积分运算

$$\int i dt = \int \operatorname{Re}[\sqrt{2} I e^{j\omega t}] dt = \operatorname{Re}\left[\sqrt{2} \frac{\dot{I}}{j\omega} e^{j\omega t}\right]$$

$$\frac{di}{dt} \rightarrow j\omega \dot{I} = \omega I \angle \psi_i + \frac{\pi}{2}$$

$$\int i dt \rightarrow \frac{\dot{I}}{j\omega} = \frac{I}{\omega} \angle \psi_i - \frac{\pi}{2}$$

例



$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

用相量运算：

$$\dot{U} = RI + j\omega LI + \frac{I}{j\omega C}$$



相量法的优点

- ①把时域问题变为复数问题；
- ②把微积分方程的运算变为复数方程运算；
- ③可以把直流电路的分析方法直接用于交流电路。



注意

① 正弦量



相量

时域

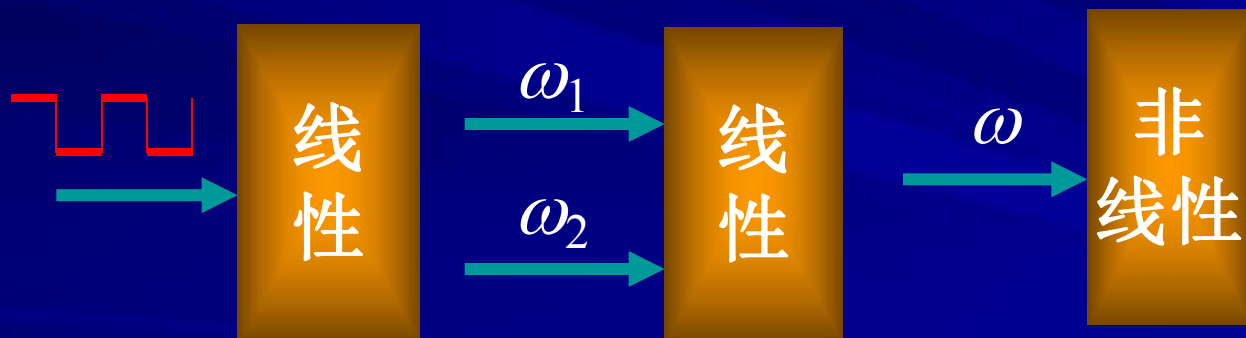
频域

正弦波形图



相量图

②相量法只适用于激励为同频正弦量的非时变线性电路。

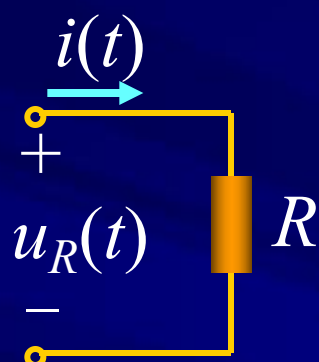


不适用

③相量法用来分析正弦稳态电路。

8.4 电路定律的相量形式

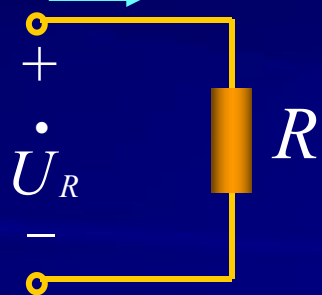
1. 电阻元件VCR的相量形式



时域形式: $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi_i)$

$$u_R(t) = Ri(t) = \sqrt{2} \underbrace{RI}_{\dot{U}_R} \cos(\omega t + \underbrace{\Psi_i}_{\Psi_u})$$

相量形式: $\dot{I} = I \angle \Psi_i$ $\dot{U}_R = RI \angle \Psi_i$



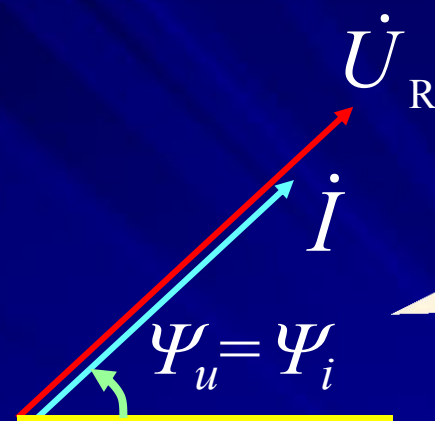
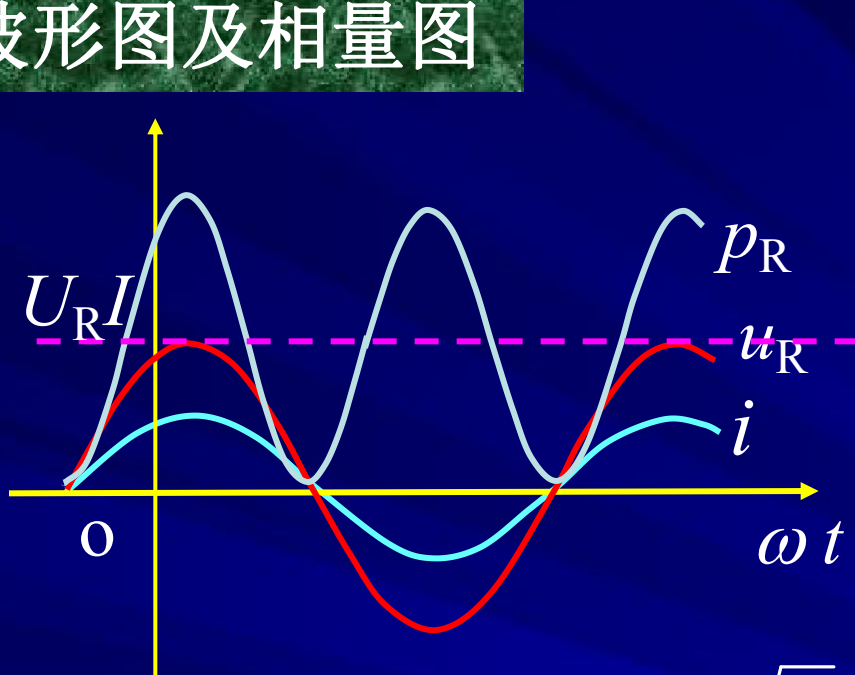
相量关系:

$$\dot{U}_R = R \dot{I}$$

相量模型

$$\left\{ \begin{array}{ll} U_R = RI & \text{有效值关系} \\ \Psi_u = \Psi_i & \text{相位关系} \end{array} \right.$$

波形图及相量图



同相位

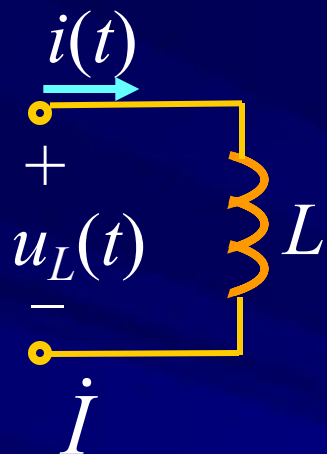
瞬时功率

$$p_R = u_R i = \sqrt{2}U_R \sqrt{2}I \cos^2(\omega t + \Psi_i)$$

$$= U_R I [1 + \cos 2(\omega t + \Psi_i)]$$

瞬时功率以 2ω 交变，始终大于零，表明电阻始终吸收功率

2. 电感元件VCR的相量形式

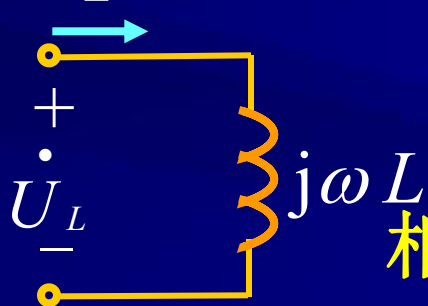


时域形式: $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega L I \sin(\omega t + \psi_i) = \sqrt{2}\omega L I \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2})$$

相量形式:

$$\dot{I} = I \angle \psi_i \quad \dot{U}_L = \omega L I \angle \psi_i + \pi/2$$



相量关系:

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}$$

相量模型

有效值关系: $U = \omega L I$

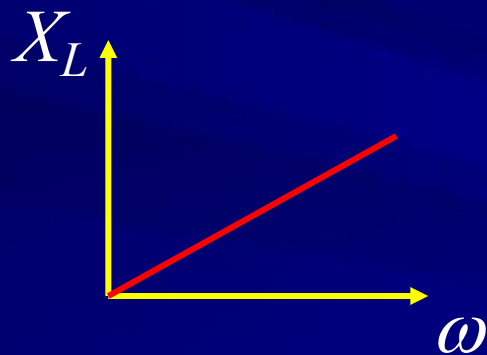
相位关系: $\psi_u = \psi_i + 90^\circ$

感抗和感纳

$X_L = \omega L = 2\pi fL$ ，称为感抗，单位为 Ω （欧姆）

$B_L = -1/\omega L = -1/2\pi fL$ ，称为感纳，单位为 S

感抗的性质



相量表达式

①表示限制电流的能力；

②感抗和频率成正比。

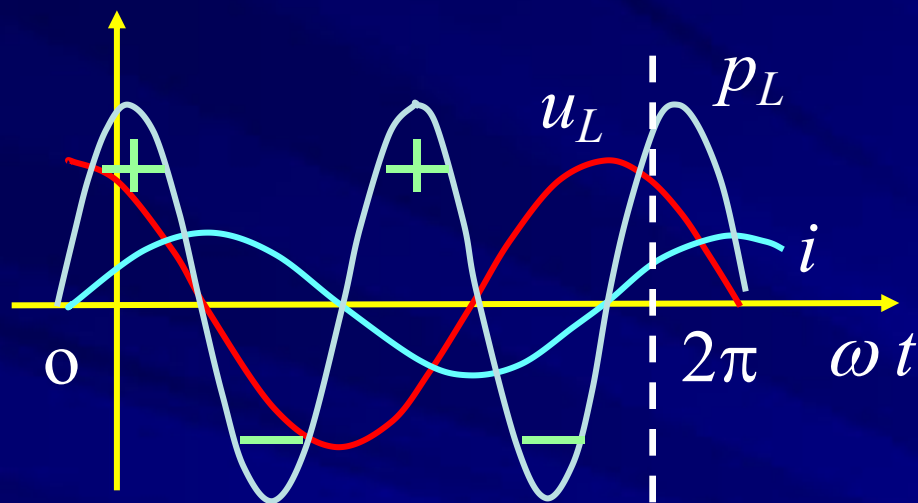
$\omega = 0$ (直流), $X_L = 0$, 短路；

$\omega \rightarrow \infty$, $X_L \rightarrow \infty$, 开路；

$$\dot{U} = jX_L \dot{I} = j\omega L \dot{I},$$

$$\dot{I} = jB_L \dot{U} = j \frac{-1}{\omega L} \dot{U} = \frac{1}{j\omega L} \dot{U}$$

波形图及相量图



电压超前
电流 90°



功率

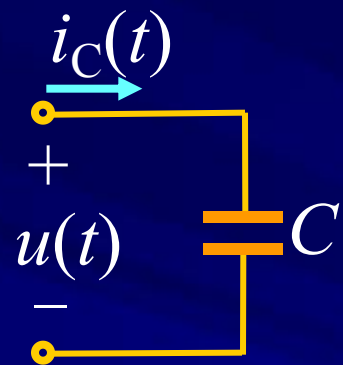
$$p_L = u_L i = U_{Lm} I_m \cos(\omega t + \Psi_i) \sin(\omega t + \Psi_i)$$

$$= U_L I \sin 2(\omega t + \Psi_i)$$

瞬时功率以 2ω 交变，有正有负，一周期内刚好互相抵消，表明电感只储能不耗能。

3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式: $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u)$

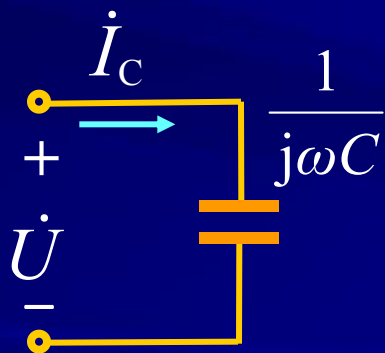


$$i_C(t) = C \frac{du(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \Psi_u)$$

$$= \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \Psi_u + \frac{\pi}{2})$$

相量形式:

$$\dot{U} = U \angle \Psi_u \quad \dot{I}_C = \omega CU \angle \Psi_u + \pi/2$$



相量关系:

$$\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = jX_C \dot{I}$$

相量模型

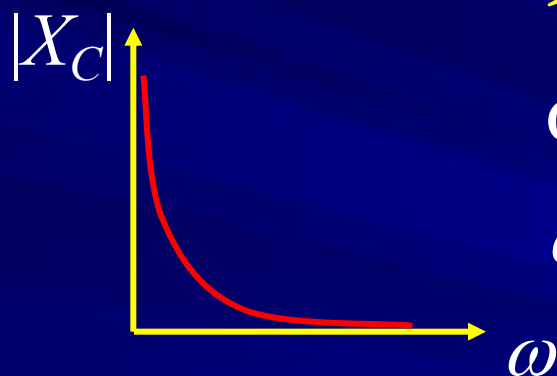
$$\begin{cases} \text{有效值关系: } I_C = \omega CU \\ \text{相位关系: } \Psi_i = \Psi_u + 90^\circ \end{cases}$$

容抗与容纳

$X_C = -1/\omega C$, 称为容抗, 单位为 Ω (欧姆)

$B_C = \omega C$, 称为容纳, 单位为 S

容抗和频率成反比



$\omega \rightarrow 0$, $|X_C| \rightarrow \infty$ 直流开路 (隔直)

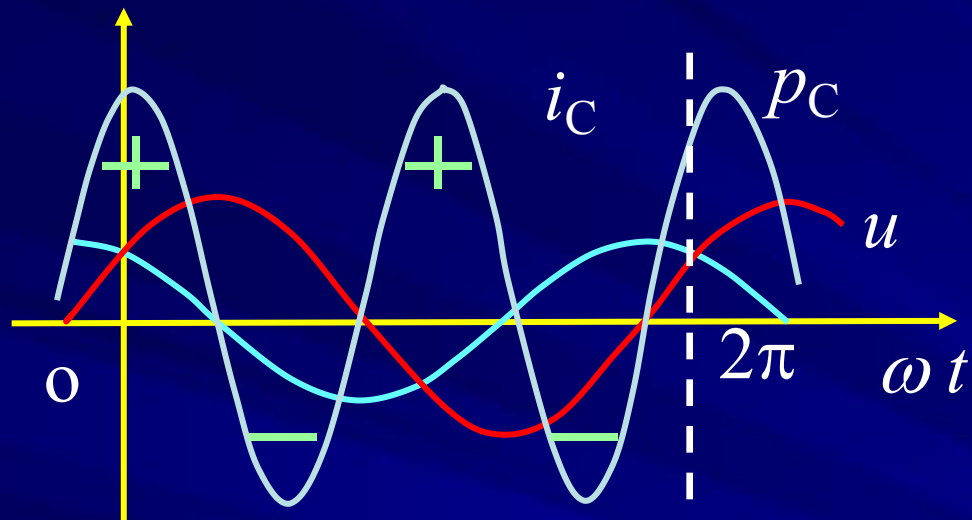
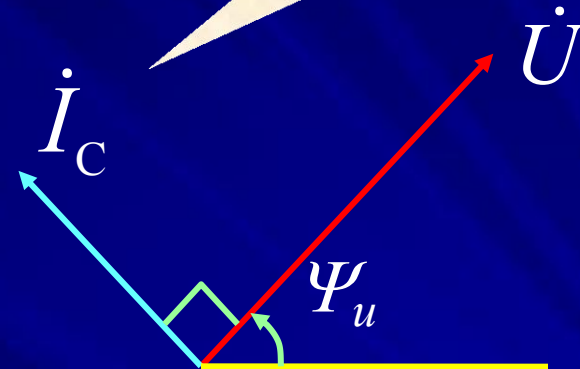
$\omega \rightarrow \infty$, $|X_C| \rightarrow 0$ 高频短路

$$\dot{U} = jX_C \dot{I} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$$

$$\dot{I} = jB_C \dot{U} = j\omega C \dot{U}$$

相量表达式

波形图及相量图

电流超前
电压 90° 

功率

$$\begin{aligned} p_C &= ui_C = 2UI_C \cos(\omega t + \Psi_u) \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= UI_C \sin 2(\omega t + \Psi_u) \end{aligned}$$

瞬时功率以 2ω 交变，有正有负，一周期内刚好互相抵消，表明电容只储能不耗能。

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，KCL和KVL可用相应的相量形式表示：

$$\begin{aligned}\sum i(t) = 0 &\longrightarrow \sum i(t) = \sum \operatorname{Re} \sqrt{2} [I_1 + I_2 + \cdots] e^{j\omega t} = 0 \\ &\longrightarrow \sum \dot{I} = 0\end{aligned}$$

$$\sum u(t) = 0 \longrightarrow \sum \dot{U} = 0$$



表明 流入某一结点的所有正弦电流用相量表示时仍满足KCL；而任一回路所有支路正弦电压用相量表示时仍满足KVL。

例1 试判断下列表达式的正、误。

$$1. U = \omega LI$$



$$2. i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$3. \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$



$$4. X_L = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$



$$5. \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{1}{j\omega C} \Omega$$



$$6. \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$



$$7. u = L \frac{di}{dt}$$



例2 已知电流表读数： $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

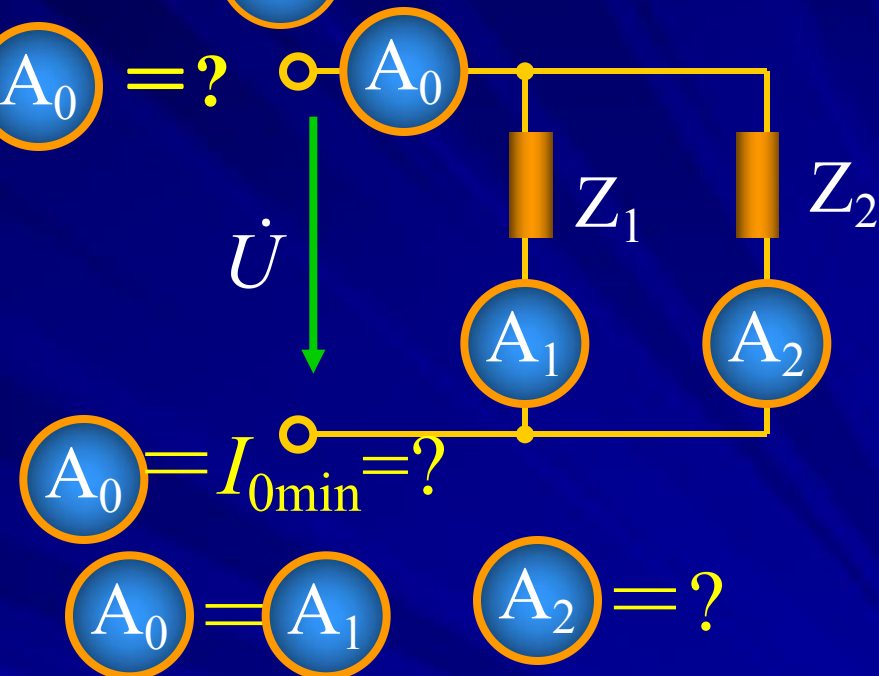
若 1. $Z_1 = R$, $Z_2 = jX_C$ $A_0 = ?$

2. $Z_1 = R$, Z_2 为何参数

$$A_0 = I_{0\max} = ?$$

3. $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数

4. $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数



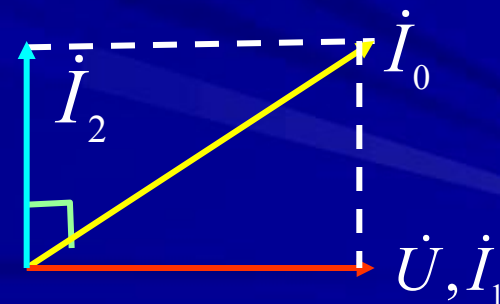
解

$$1. I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$$

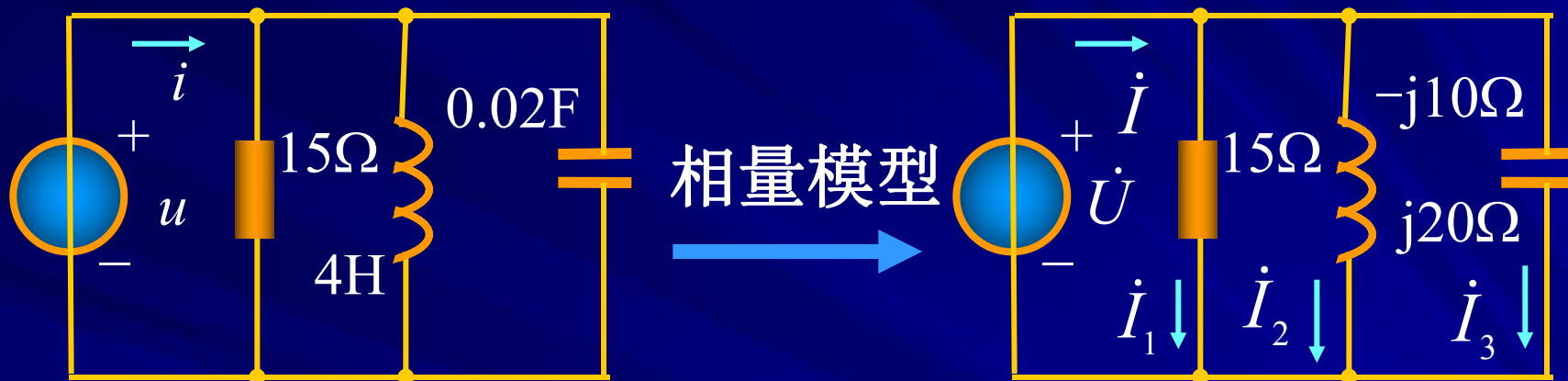
$$2. Z_2 = R, I_{0\max} = 8 + 6 = 14A$$

$$3. Z_2 = jX_C, I_{0\min} = 8 - 6 = 2A$$

$$4. Z_2 = jX_C, I_0 = I_1 = 8A, I_2 = 16A$$



例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2}\cos(5t)$, 求: $i(t)$



解 $\dot{U} = 120\angle 0^\circ$

$$jX_L = j4 \times 5 = j20\Omega$$

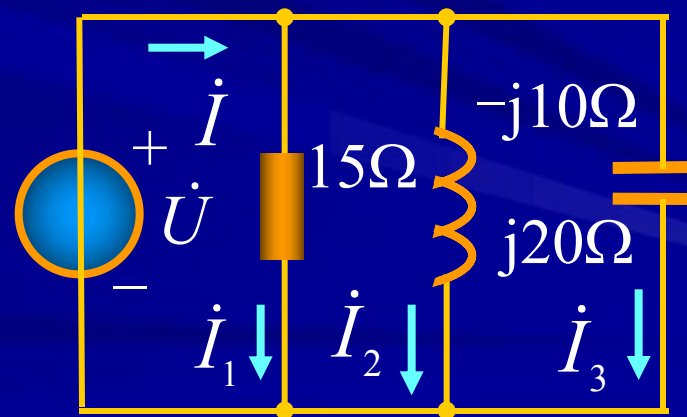
$$jX_C = -j\frac{1}{5 \times 0.02} = -j10\Omega$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} + \frac{\dot{U}}{jX_C}$$

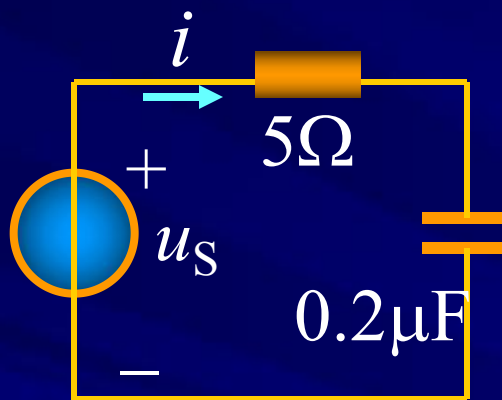
$$= 120 \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{j20} - \frac{1}{j10} \right)$$

$$= 8 - j6 + j12 = 8 + j6 = 10 \angle 36.9^\circ \text{ A}$$

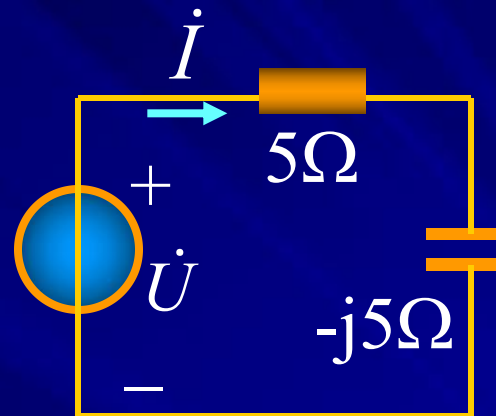
$$i(t) = 10\sqrt{2} \cos(5t + 36.9^\circ) \text{ A}$$



例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$



相量模型



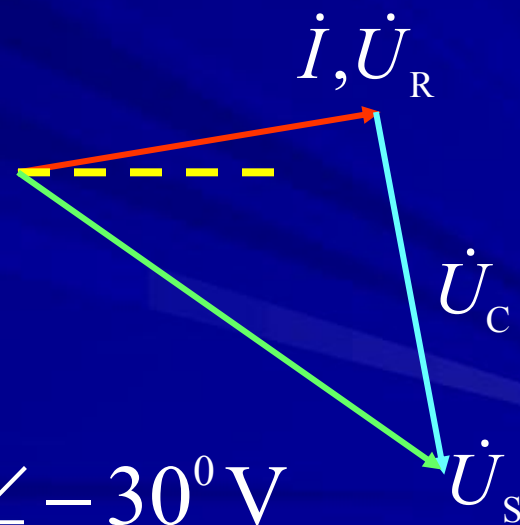
解

$$\dot{I} = 5\angle 15^\circ$$

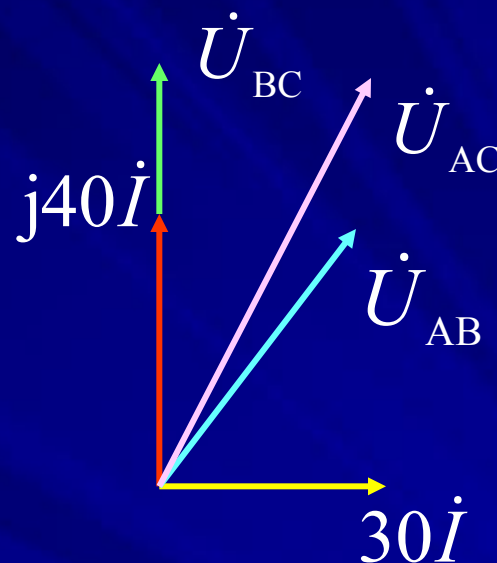
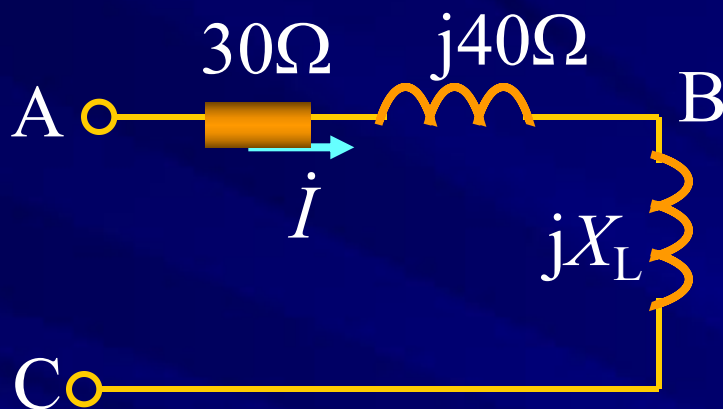
$$jX_C = -j \frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -j5\Omega$$

$$\dot{U}_S = \dot{U}_R + \dot{U}_C = 5\angle 15^\circ (5 - j5)$$

$$= 5\angle 15^\circ \times 5\sqrt{2}\angle -45^\circ = 25\sqrt{2}\angle -30^\circ \text{ V}$$



例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



解

$$U_{AB} = \sqrt{(30I)^2 + (40I)^2} = 50I$$

$$\rightarrow I = 1A, U_R = 30V, U_L = 40V$$

$$U_{AC} = 78 = \sqrt{(30)^2 + (40 + U_{BC})^2}$$

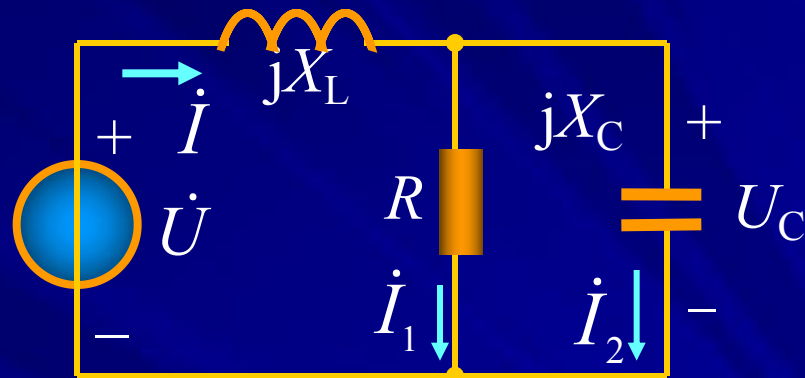
$$\rightarrow U_{BC} = \sqrt{(78)^2 - (30)^2} - 40 = 32V$$

例6 图示电路 $I_1 = I_2 = 5\text{A}$ ， $U = 50\text{V}$ ，总电压与总电流同相位，求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解法1 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ, \quad \dot{I}_2 = j5$$

$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

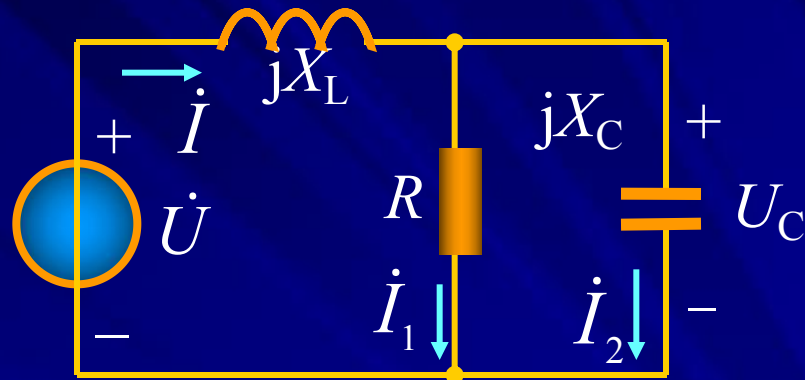
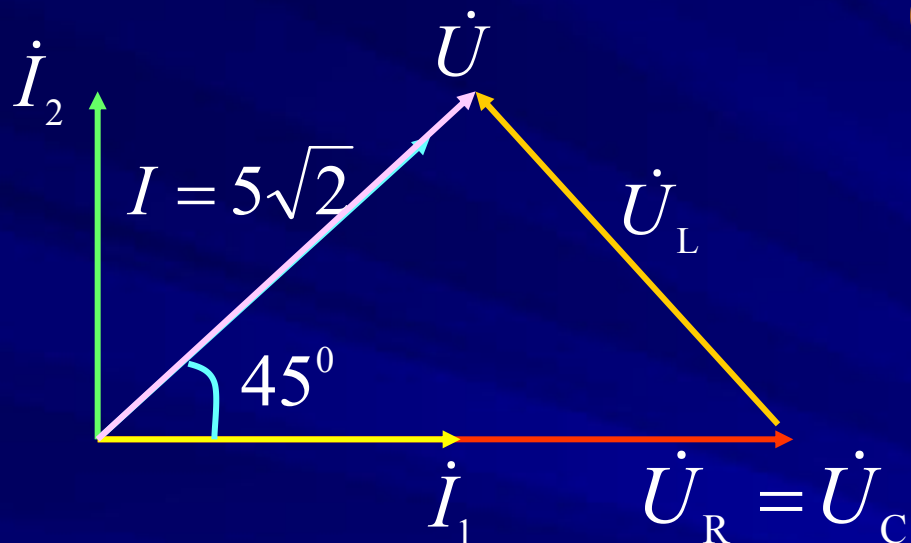


$$\dot{U} = 50 \angle 45^\circ = (5 + j5) \times jX_L + 5R = \frac{50}{\sqrt{2}}(1 + j)$$

令等式两边实部等于实部，虚部等于虚部

$$\begin{cases} 5X_L = 50/\sqrt{2} \Rightarrow X_L = 5\sqrt{2} \\ 5R = \frac{50}{\sqrt{2}} + 5 \times 5\sqrt{2} = 50\sqrt{2} \Rightarrow R = |X_C| = 10\sqrt{2}\Omega \end{cases}$$

解法2 画相量图计算



$$U = U_L = 50\text{V}$$

$$X_L = \frac{50}{5\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}\Omega$$

$$|X_C| = R = \frac{50\sqrt{2}}{5} = 10\sqrt{2}\Omega$$

例7 图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解1 $\dot{U}_s = RI + jX_C I$

$$I = \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}, \quad \dot{U}_C = jX_C \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}$$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_C} = j\omega CR + 1 \rightarrow \omega CR = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

解2 画相量图计算

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{U_R}{U_C} = \frac{RI}{I/\omega C} = \omega CR$$

